

Trivariate Frequency Analysis of Droughts Characteristics in Eastern Iran Using Nested Copula Functions

Z. Khani Temelilyeh¹, H. Rezaie^{2*}, and R. Mirabbasi Najafabadi³

Abstract

Drought as a long-term water scarcity situation is a challenging issue in water resources management. This phenomenon is one of the less expensive and less known natural disasters. Until now, most drought studies have been either univariate or bivariate. In this study, trivariate of drought analysis in eastern Iran for 13 meteorological stations in the period 1971- 2017 were investigated. SPI^{mod} index was used to extract the intensity, duration and peak drought parameters. In this regard, the ability of twelve copula functions of Clayton, Frank, Galambos, Platelet, Gumbel-Hougaard, Ali-Mikhail-Haq, Farley-Gumbel-Morgenstern, HRT, Filip-Gumbel, Joey, Gumbel-Barnett and Sarmonov to create a joint -distribution of trivariate were tested. For this purpose, the nested method was used to connect two-dimensional joint functions and create a three-dimensional joint distribution function. To determine the best copula function at each station, RMSE, NSE, and maximum likelihood (ML) statistics were used. The results showed that the HRT copula function has the best performance in generating bivariate and trivial distribution functions. The results also showed that the use of SPI^{mod} greatly eliminates the disadvantages of general SPI and takes into account seasonal variations in precipitation in the calculation of SPI. The results of SPI^{mod} indicated that the highest percentage of dry months were observed in the Sabzevar station with 52% and the lowest in Torbat-Heydariyeh station with 35%, which were identified as the areas have experienced the highest and lowest dry months, respectively.

Keywords: Three-Dimensional Joint Distribution, SPI^{mod} Index, Maximum Likelihood, HRT Copula.

Received: December 9, 2019

Accepted: July 22, 2020

تحلیل فراوانی سه‌متغیره مشخصه‌های خشکسالی‌ها در شرق ایران با استفاده از توابع مفصل تودرتو

ذبیح‌الله خانی تملیه^۱، حسین رضایی^{۲*} و رسول میرعباسی نجف‌آبادی^۳

چکیده

خشکسالی به‌عنوان یک وضعیت کمبود آب طولانی مدت، موضوعی چالش‌برانگیز در مدیریت منابع آب می‌باشد. این پدیده یکی از بلاهای طبیعی پرهزینه و کمتر شناخته شده می‌باشد. تاکنون اغلب مطالعات خشکسالی به‌صورت تحلیل‌های تک‌متغیره و دو‌متغیره بوده است. هدف از این پژوهش، تحلیل سه‌متغیره خشکسالی در شرق ایران برای ۱۳ ایستگاه هواشناسی در دوره آماری ۱۹۷۱-۲۰۱۷ می‌باشد. بدین منظور جهت استخراج پارامترهای شدت، مدت و پیک خشکسالی از شاخص SPI^{mod} استفاده گردید. در این راستا، قابلیت دوازده تابع مفصل کلایتون، فرانک، گالامبوس، پلاکت، گامبل-هوگارد، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مورنگستن، HRT، فیلیپ-گامبل، جوی، گامبل-بارنت و سارمونف جهت ایجاد توزیع توام سه‌متغیره مورد آزمون قرار گرفت. برای این منظور، از روش تودرتو برای اتصال توابع مفصل دوبعدی و ایجاد تابع توزیع توأم سه‌بعدی استفاده شد. جهت تعیین تابع مفصل برتر در هر ایستگاه، از آماره‌های میانگین مربعات خطا (RMSE)، نش‌ساتکلیف (NSE) و همچنین حداکثر درست‌نمایی (ML) استفاده شد. نتایج حاصل نشان داد که تابع مفصل HRT بهترین عملکرد را در ایجاد توابع توزیع دو‌متغیره و سه‌متغیره دارد. همچنین نتایج نشان داد که استفاده از شاخص SPI^{mod} تا حدود زیادی معایب SPI متداول را برطرف می‌کند و تغییرات فصلی بارش را در محاسبه شاخص SPI لحاظ می‌نماید. نتایج شاخص SPI^{mod} نشان داد که بیشترین درصد تعداد ماه‌های خشک مربوط به ایستگاه سبزوآر با ۵۲ درصد و کمترین آن مربوط به ایستگاه تربت‌حیدریه با ۳۵ درصد بود که به‌ترتیب بعنوان مناطقی که بیشتر و کمتر در معرض خشکسالی قرار گرفته‌اند، شناخته شدند.

کلمات کلیدی: توزیع توأم سه‌بعدی، شاخص SPI^{mod}، حداکثر درست‌نمایی، مفصل HRT.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۹/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۹/۵/۱

1- Ph.D. Student in Water Resources Engineering, Urmia University, Iran.
2- Professor, Department of Water Engineering, Urmia University, Iran. Email: H.rezaie@urmia.ac.ir
3- Associate Professor, Department of Water Engineering, Shahrekord University, Iran.
*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری مهندسی منابع آب، دانشگاه ارومیه، ایران.
۲- استاد گروه مهندسی آب دانشگاه ارومیه، ایران.
۳- دانشیار گروه مهندسی آب، دانشگاه شهرکرد، ایران.
*- نویسنده مسئول
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان پائیز ۱۳۹۹ امکانپذیر است.

طولانی‌ترین دوره افزایش می‌یابد. همچنین تعداد دوره‌های خشکسالی تحت سناریوی RCP8.5 نسبت به دوره پایه افزایش خواهد یافت. ادامه مطالعات دیگری در زمینه تحلیل دومتغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل در نقاط مختلف دنیا صورت گرفته است که اغلب آنها به تحلیل دومتغیره خشکسالی پرداخته‌اند (Amirataee et al., 2018; Ekanayake and Perera, 2014; Wong et al., 2013; Sadri and Burn, 2012). تاکنون مطالعات کمی در زمینه تحلیل سه یا چهارمتغیره خشکسالی در نقاط مختلف دنیا انجام گرفته است. در زمینه تحلیل سه‌متغیره خشکسالی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

Thilakarathne and Sridhar (2018) یک تحلیل چندمتغیره خشکسالی مبتنی بر توابع مفصل برای ارزیابی تغییرات آینده مشخصه‌های خشکسالی در حوضه آبریز پایینی رودخانه مکنونگ در جنوب شرق آسیا ارائه کردند. Van de Vyve and Van de Bergh (2018) یک رابطه جدید شدت-مدت- فراوانی خشکسالی ارائه کردند که بر مبنای ویژگی چند مقیاسی فرمول‌بندی شده بود. همچنین یک مدل مفصل گاوسی جدید برای محاسبه شاخص کمبود توأم (JDI) ارائه دادند. افزون بر این، Yang et al. (2018) توابع مفصل چندبعدی را برای ساخت یک شاخص خشکسالی چندمتغیره غیرخطی مرکب از متغیرهای هواشناسی، هیدرولوژیک و کشاورزی به منظور حل رابطه پیچیده و غیرخطی بین این متغیرها پیشنهاد کردند. نتایج به‌دست آمده بیانگر کارایی توابع مفصل چندبعدی در ایجاد یک شاخص جامع خشکسالی برای ارزیابی چندمتغیره خشکسالی بود. Ayantobo and Song (2019) به تحلیل سه‌متغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل در هفت منطقه اقلیمی در چین پرداختند. آنها عملکرد ۹ تابع مفصل را برای ایجاد توزیع توأم سه‌متغیره بررسی کردند. سپس جهت تعیین تابع مفصل برتر از معیارهای RMSE، AIC² و BIC³ استفاده کردند. همچنین مقادیر دوره بازگشت و احتمالات شرطی توأم را محاسبه کردند. نتایج نشان داد که تابع مفصل کلایتون بعنوان تابع مفصل برتر می‌باشد و خشکسالی در مناطق مورد مطالعه در گستره شدید قرار دارند.

Hui- Mean (2019) از توابع مفصل برای تحلیل سه‌متغیره خشکسالی در مالزی استفاده کردند. آنها در تحقیق خود با استفاده از شاخص بارش استاندارد شده (SPI) کلاس‌بندی خشکسالی را انجام دادند. سپس با استفاده از معیار آکایکه (AIC) به تعیین تابع مفصل برتر پرداختند. بر اساس نتایج بدست آمده مفصل پلاکت، بعنوان تابع مفصل برتر برای توصیف وابستگی بین متغیرهای شدت، مدت و بزرگی خشکسالی شناخته شد. همچنین با استفاده از احتمال شرطی و دوره بازگشت رخدادهای خشکسالی، به توصیف جامع خصوصیات خشکسالی پرداختند. نتایج نشان داد که نیمه غربی مالزی بیشتر از

با توجه به اینکه خشکسالی به‌عنوان پدیده‌ای تصادفی در نظر گرفته می‌شود، بنابراین، مدل‌سازی آماری یک شیوه مناسب برای ارزیابی مشخصه‌های خشکسالی می‌باشد. تاکنون روش‌های متعددی بدین منظور توسط محققان توسعه داده شده‌اند (Saeidipour et al., 2019; Hejazi zadeh and Javizadeh, 2019; Ghabaei Sough et al., 2017). اغلب مطالعات صورت گرفته در زمینه خشکسالی، بصورت تحلیل تک متغیره بوده است، در حالی که خشکسالی یک پدیده پیچیده است که با چند متغیر تصادفی همبسته توصیف می‌شود و تحلیل تک‌متغیره مشخصه‌های آن همبستگی معنی‌دار بین آنها را لحاظ نمی‌کند. از طرفی، متغیرهای خشکسالی همبستگی قابل ملاحظه‌ای با یکدیگر دارند. به این معنی که تغییرات یک متغیر بر متغیرهای دیگر اثر می‌گذارد. در این شرایط، تحلیل‌های تک‌متغیره که فقط اثر یک متغیر را در نظر می‌گیرند، تفسیر دقیقی از ماهیت خشکسالی در اختیار قرار نمی‌دهند. برای حل این مشکل می‌توان از توزیع‌های دو یا چندمتغیره استفاده نمود (Abbasian and Abrishamchi, 2014). از سوی دیگر، مشکل اساسی در تحلیل چندمتغیره خشکسالی این است که غالباً توزیع احتمال مشخصه‌های خشکسالی یکسان نیست، بنابراین نمی‌توان از توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک مانند نرمال و نمایی استفاده کرد. برای رفع این مشکل، می‌توان از توابع مفصل جهت ایجاد توزیع توأم استفاده نمود. توزیع‌های توأم مفصل-پایه محدودیت‌های توابع توزیع چندمتغیره کلاسیک را ندارند. مهم‌ترین ویژگی توابع مفصل این است که در استفاده از آنها الزامی در یکسان بودن توزیع‌های حاشیه‌ای وجود ندارد (Abbasian and Abrishamchi, 2014).

مفصل‌ها یک شیوه انعطاف‌پذیر برای ایجاد توزیع‌های توأم آماری با توابع توزیع حاشیه‌ای متفاوت می‌باشند. در واقع، مفصل تابعی است که توابع توزیع حاشیه‌ای تک متغیره را برای تشکیل یک تابع توزیع دو یا چندمتغیره، به هم پیوند می‌دهد. Shiau (2006) برای نخستین بار، از توابع مفصل به منظور تحلیل فراوانی دومتغیره خشکسالی استفاده کرد. او از پنج تابع مفصل دومتغیره برای ساخت یک توزیع توأم بین مشخصه‌های مدت و شدت خشکسالی استفاده کرد. Mirabbasi et al. (2012) به تحلیل دومتغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل پرداختند. این مطالعه بر روی شدت و مدت رویدادهای خشکسالی هواشناسی ایستگاه شرفخانه در شمال غرب ایران انجام گرفت. Goodarzi et al. (2019) به بررسی دو متغیره تأثیر تغییر اقلیم بر خشکسالی با شاخص SPEI و توابع مفصل در دوگنبدان پرداختند، نتایج حاصل از تحقیقشان نشان داد که تعداد دوره‌های خشک و مرطوب با افزایش طول مقیاس کمتر می‌شوند، اما مدت زمان

شدند. جهت ایجاد توزیع سه‌متغیره خشکسالی با استفاده از روش توابع مفصل تودرتو، ابتدا دو مشخصه شدت و مدت خشکسالی با هم جفت شدند و سپس توزیع دومتغیره حاصل با پیک خشکسالی جفت گردید. در طی این مراحل از آماره‌های ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، ضریب کارایی نش-ساتکلیف (NSE)^۴ و حداکثر درست‌نمایی^۵ (ML) جهت تعیین تابع مفصل برتر استفاده شد. در نهایت با توجه به تابع مفصل برتر، تحلیل سه‌متغیره خشکسالی برای منطقه مورد مطالعه انجام گرفت. کدهای محاسبه مراحل مختلف تحقیق در محیط برنامه‌نویسی متلب نوشته شد. مراحل مختلف روش کار مطالعه حاضر بصورت فلوچارت در شکل ۲ ارائه شده است.

۲-۱-۲- توابع مفصل

تئوری مربوط به توابع مفصل بعنوان زیربنای این علم توسط Sklar (1959) ارائه شده است. مفصل تابعی است که توابع توزیع حاشیه‌ای تک‌متغیره را برای تشکیل یک تابع توزیع چندمتغیره، به هم پیوند می‌دهد (Nelsen, 2006). استفاده از توابع مفصل در دهه‌های اخیر، به‌عنوان روشی کارآمد برای بررسی ساختار وابستگی بین متغیرهای همبسته معرفی شده‌اند. انعطاف‌پذیری ارائه شده توسط مفصل‌ها برای ایجاد توزیع‌های توأم در مطالعات هیدرولوژیک بسیاری تأیید شده است. فرض کنید D و S دو متغیر تصادفی وابسته مانند مدت و شدت خشکسالی، با تابع توزیع دو متغیره F_{DS} و توابع حاشیه‌ای F_D و F_S باشند. آنگاه تابع مفصل دو متغیره C بصورت رابطه (۱) تعریف می‌شود:

$$F_{DS}(d, s) = C(F_D(d), F_S(s)) = C(u, v) \quad (1)$$

که در آن، s و d به ترتیب شدت و مدت خشکسالی و $v = F_S$ و $u = F_D$ به ترتیب توابع توزیع حاشیه‌ای شدت و مدت خشکسالی هستند. در این تحقیق، پس از استخراج متغیرهای خشکسالی شامل شدت (s)، مدت (d) و پیک خشکسالی (p) از سری زمانی شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod})، توزیع‌های حاشیه‌ای متناظر با هر خصوصیت خشکسالی انتخاب گردید. برای تعیین توابع توزیع حاشیه‌ای برتر، از آزمون نیکویی برازش کلموگروف-اسمیرنوف استفاده شد. توزیع احتمال تجربی سه‌متغیره D، S و P را می‌توان از رابطه (۲) محاسبه نمود. در رابطه (۲)، n تعداد نمونه است و N_{mnl} مقدار (d_i, s_i, p_i) با در نظر گرفتن ملاحظات ذکر شده در رابطه (۲) (Ayantobo et al., 2019):

$$\hat{F}(d_i, s_i, p_i) = \frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^i \sum_{n=1}^i \sum_{l=1}^i N_{mnl} \quad (2)$$

$$d_j \leq d_i, s_j \leq s_i, p_j \leq p_i, i = 1, \dots, n, 1 \leq j \leq i$$

مناطق دیگر دچار خشکسالی می‌شود. Ramezani and Nazeri (2020) Tahroudi بهبود عملکرد SPEI با استفاده از تابع توزیع چهار پارامتره را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج حاصل از استخراج SPEI نشان داد که شدت خشکسالی در مناطق شرقی ایران در دوره آماری ۲۰۱۱-۱۹۷۳ افزایش یافته است و تقریباً ۲۶ درصد از ماه‌های مورد بررسی در کلیه ایستگاه‌ها با خشکسالی روبرو بوده‌اند. Bazrafshan et al. (2019) به تحلیل خشکسالی در مناطق نیمه‌خشک ایران با استفاده از شاخص JDI پرداختند. نتایج نشان داد که شاخص JDI فراوانی وقوع خشکسالی را با دقت بالایی تخمین می‌زند، در حالی که شاخص SPI دوازده ماهه نتایج غیرمنتظره‌ای ارائه می‌کند. بررسی منابع نشان می‌دهد که اغلب مطالعات انجام شده قبلی در زمینه خشکسالی به تحلیل دومتغیره خشکسالی پرداخته‌اند. به‌ویژه این که تاکنون در شرق کشور تحلیل سه‌متغیره خشکسالی با استفاده از توابع مفصل و شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod}) انجام نگرفته است. لذا هدف از پژوهش حاضر، تحلیل سه‌متغیره خصوصیات خشکسالی شامل شدت، مدت و پیک خشکسالی در سیزده ایستگاه هواشناسی در شرق کشور با استفاده از توابع مفصل تودرتو و شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod}) می‌باشد تحلیل سه متغیره با استفاده از توابع مفصل و شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod}) از نوآوری‌های تحقیق می‌باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱- منطقه مورد مطالعه و داده‌های مورد استفاده

منطقه مورد مطالعه، بخش شرقی کشور ایران می‌باشد که اقلیم آن خشک و نیمه‌خشک و که دارای تابستان‌هایی گرم و زمستان‌هایی نسبتاً کوتاه می‌باشد. در این مطالعه از داده‌های بارش ماهانه ۱۳ ایستگاه باران‌سنجی متعلق به سازمان هواشناسی کشور طی دوره آماری ۲۰۱۷-۱۹۷۱ استفاده شد. شکل ۱ موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های منتخب را نشان می‌دهد. همچنین مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه در جدول ۱ آورده شده است. پس از اخذ داده‌های بارش از سازمان هواشناسی کشور، همگنی آنها مورد بررسی قرار گرفت و داده‌های مفقود با روش رگرسیون تکمیل گردید.

۲-۲- روش کار

در این مطالعه، ابتدا سری زمانی شاخص بارش استاندارد شده اصلاحی (SPI^{mod}) برای داده‌های بارش ماهانه محاسبه شد. سپس متغیرهای شدت، مدت و پیک خشکسالی (مقدار مینیمم شاخص SPI^{mod} در هر دوره خشک) از سری زمانی شاخص SPI^{mod} استخراج گردید. در مرحله بعد توزیع حاشیه‌ای هر کدام از متغیرهای مورد بررسی مشخص

۲-۲-۲- مفصل‌های ارشمیدسی نامتقارن (تودرتو)، دوره‌های بازگشت توأم و شرطی

(Joe, 1997; Nelsen, 2006; Fang et al., 2002). بطور کل توابع مفصل با ابعاد بیش از دو متغیره، به دو دسته متقارن و نامتقارن (تودرتو) تقسیم می‌شوند. رابطه کلی مفصل‌های ارشمیدسی تودرتو به صورت رابطه (۳-a) و حالت سه‌بعدی آن به صورت رابطه (۳-b) می‌باشند:

توابع مفصل به خانواده‌های زیادی طبقه‌بندی می‌شوند. هرچند تاکنون خانواده‌های محدودی از آنها دارای کاربردهای عملی بوده‌اند

$$C(u_1, \dots, u_n) = C_1(u_n, C_2(u_{n-1}, \dots, C_{n-1}(u_2, u_1) \dots))$$

$$= \phi_1^{-1}(\phi_1(u_n) + \phi_1(\phi_2^{-1}(\phi_2(u_{n-1}) + \dots + \phi_{n-1}^{-1}(\phi_{n-1}(u_2) + \phi_{n-1}(u_1)) \dots))) \quad (a)$$

$$C_{UVW} = (u, v, w) = C_1(w, C_2(u, v)) \quad (b)$$

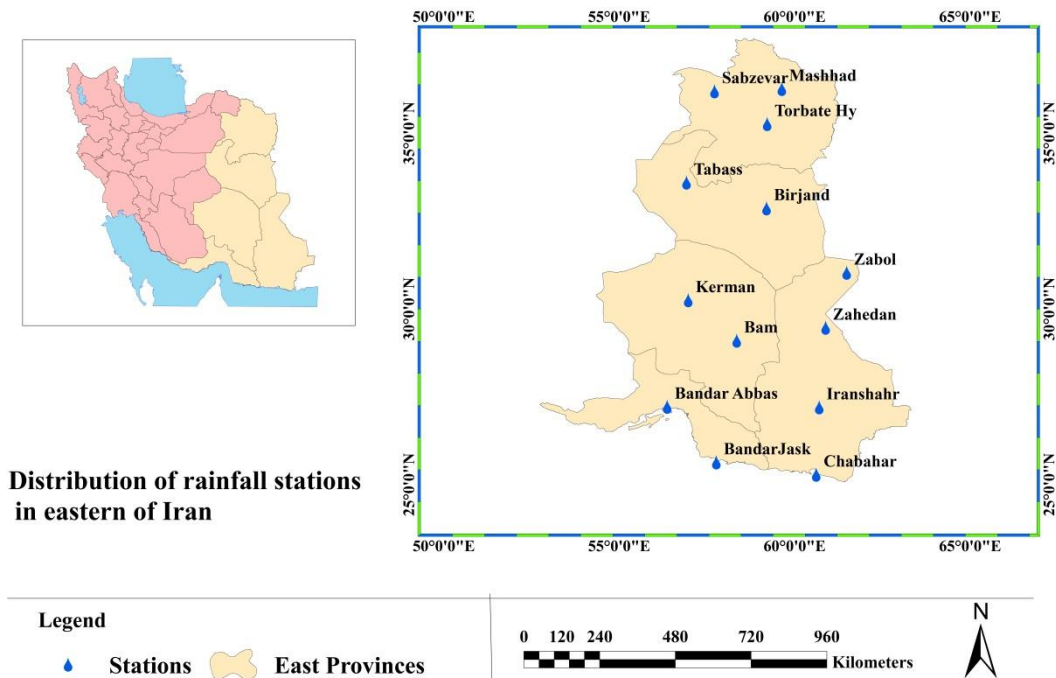


Fig. 1- Location of the studied area and selected stations
 شکل ۱- موقعیت منطقه مورد مطالعه و ایستگاه‌های منتخب

Table 1- Characteristics of the studied stations
 جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های مورد مطالعه

Station	Longitude	Latitude	Sea level height(m)	Annual rainfall(mm)	Standard deviation	Coefficient of variation
Iranshahr	60° 42'	27° 12'	591.1	110.2	60.4	0.55
Bam	58° 21'	29° 6'	1066.9	57.3	25.3	0.44
Bandarabbas	56° 22'	27° 13'	9	180.5	115.5	0.64
Bandarjask	54° 50'	26° 32'	5.2	133.3	118.6	0.86
Birjand	59° 12'	32° 52'	1444	159.9	54.4	0.33
Chabahar	60° 37'	25° 17'	8	223.4	85.2	0.38
Kerman	56° 58'	30° 15'	1760	137.1	47.9	0.35
Sabzevar	57° 43'	36° 12'	977.6	194.2	58.4	0.30
Tabbas	56° 55'	33° 36'	711	81.9	35.2	0.42
Torbatheydariyeh	59° 13'	35° 16'	1450.8	264.9	83.5	0.32
Zabol	61° 29'	31° 2'	489.2	55.3	31.6	0.57
Zahedan	60° 53'	29° 28'	1344	74.1	38.3	0.52
Mashhad	59° 38'	36° 16'	1065	255.8	70.6	0.28

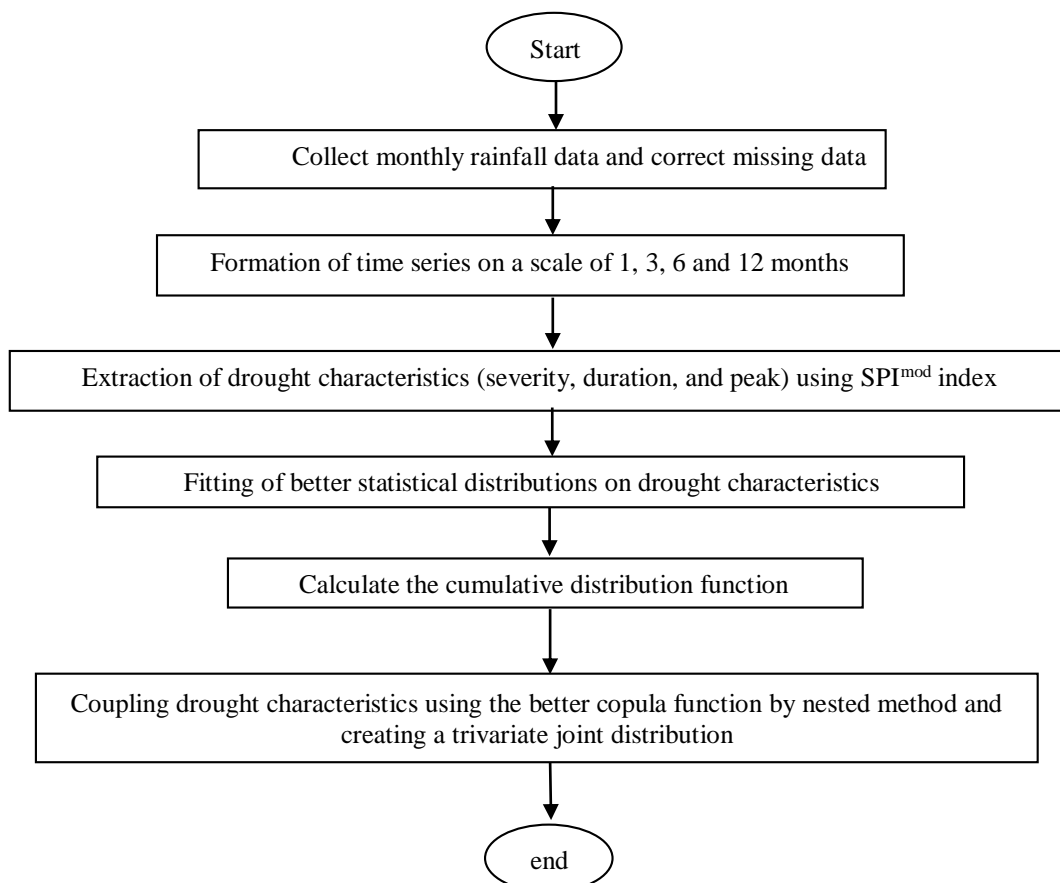


Fig. 2- Flowchart of the research method
 شکل ۲- فلوجارت مراحل مختلف روش کار

مقایسه مقادیر مفصل تئوری با مقادیر مفصل تجربی متناظر، توابع مفصل برتر انتخاب شدند. برای این منظور از آماره‌های RMSE، نش- ساتکلیف (NSE) و حداکثر درست‌نمایی (ML) استفاده گردید. بر این اساس هر تابع مفصلی که مقدار ریشه میانگین مربعات خطای کمتر، ضریب نش- ساتکلیف بیشتر (نزدیک به یک) و بیشترین مقدار حداکثر درست‌نمایی (ML) را داشت، به‌عنوان تابع مفصل برتر برای ایجاد توزیع توأم انتخاب گردید.

در این مطالعه، برای تحلیل مشخصه‌های خشکسالی، دوره بازگشت توأم سه‌متغیره شدت (S)، مدت (D) و پیک خشکسالی (P) برای دو حالت تعریف گردید: الف) دوره بازگشت برای حالتی که $D_h \geq d$ ، $S_s \geq s$ و $D_p \geq p$ باشد و با T_{DSP}^U نشان داده می‌شود (رابطه a- Δ). ب) دوره بازگشت برای حالتی که $D \geq d$ یا $S \geq s$ یا $D_p \geq p$ باشد و با T_{DSP}^U نشان داده می‌شود (رابطه b- Δ). دوره بازگشت توأم شرطی با رابطه (c- Δ) و احتمال توأم شرطی با رابطه (d- Δ) به‌دست می‌آیند (Ayantobo et al., 2019):

در رابطه (b- Δ)، ابتدا u و v با مفصل C_2 به هم پیوند می‌شوند، سپس توزیع دومتغیره حاصل، توسط مفصل C_1 با توزیع حاشیه‌ای w پیوند می‌یابد. دو تابع مولد ϕ_1 و ϕ_2 با پارامتر وابستگی θ_1 و θ_2 (متناظر با مفصل‌های C_1 و C_2) به‌صورت رابطه (۴) استفاده شده‌اند:

$$\begin{cases} \phi_1(C_1(w, C_2(u, v))) = \phi_1(w) + \phi_1(C_2(u, v)) \\ \phi_2(C_2(u, v)) = \phi_2(u) + \phi_2(v) \end{cases} \quad (4)$$

در این مورد، مفصل‌های تودرتو دارای چندین پارامتر هستند و بنابراین، انعطاف‌پذیرتر از مفصل‌های ارشمیدسی چندمتغیره متقارن می‌باشند.

در تحلیل سه‌متغیره مشخصه‌های خشکسالی با توابع مفصل تودرتو، ابتدا دو متغیر شدت و مدت خشکسالی با تابع مفصل مناسب پیوند داده شدند و توزیع دومتغیره آنها بدست آمد. سپس با ترکیب توزیع دومتغیره حاصل (از شدت و مدت) با توزیع حاشیه‌ای متغیر پیک خشکسالی (مینیمم مقدار SPI^{mod}) بوسیله تابع مفصل مناسب، توزیع توأم سه‌متغیره بدست آمد. برای این منظور، توابع مفصل برتر در هر دو حالت دومتغیره و سه‌متغیره تعیین گردیدند. جهت تعیین پارامترهای وابستگی مفصل‌ها از روش توابع منطقی برای حاشیه‌ها (IFM) استفاده شد. در نهایت با

$$T_{DSP}^{\cap} = \frac{E(L)}{1 - F_D(d) - F_S(s) - F_P(p) + C_{DS}(d,s) + C_{DP}(d,p) + C_{SP}(s,p) - C_{DPS}(d,p,s)} \quad (a)$$

$$T_{DSP}^{\cup} = \frac{E(L)}{1 - C_{DSP}(d,s,p)} \quad (b)$$

$$T_{D|S \geq s} = \frac{T_S}{P(D \geq d, S \geq s)} = \frac{E(L)}{[1 - F_S(s)] \cdot [1 - F_D(d) - F_S(s) + C(F_D(d), F_S(s))]} \quad (c) \quad (5)$$

$$P(D \leq d | S \geq s') = \frac{F_D(d) - C(F_D(d), F_S(s'))}{1 - F_S(s')} \quad (d)$$

زمانی ایستگاه مشهد به عنوان ایستگاه نمونه در شکل ۳ آورده شده است، نتایج حاصل نشان داد که دوره‌های خشک بترتیب در سال‌های ۱۹۷۴ تا ۱۹۷۵، ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۱، ۱۹۹۴ تا ۱۹۹۷، ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳، ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۰ و ۲۰۱۳ تا ۲۰۱۵ رخ داده است و طولانی‌ترین خشکسالی‌ها در فاصله زمانی ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۳ روی داده است. همچنین شدیدترین خشکسالی‌ها در بازه زمانی ۲۰۰۷ تا ۲۰۰۹ رخ داده است. با توجه به فواصل زمانی رخ دادن خشکسالی‌ها انتظار می‌رود که در سال‌های پیش‌رو نیز خشکسالی‌هایی روی دهند. نتایج محاسبه شاخص SPI^{mod} برای همه ایستگاه‌های مورد بررسی نشان داد که از ۵۶۴ ماه مورد مطالعه، بیشترین درصد تعداد ماه‌های خشک مربوط به ایستگاه‌های مشهد و سبزوار با ۵۲ درصد (۲۹۳ ماه) و کمترین آن مربوط به ایستگاه تربت حیدریه ۳۵ درصد (۱۹۸ ماه) بود که به ترتیب بعنوان مناطقی که بیشتر و کمتر در معرض خشکسالی قرار گرفته‌اند، شناخته شدند. شکل ۴ درصد ماه‌های خشک در ایستگاه‌های مورد مطالعه را نشان می‌دهد. نتایج حاصل از این تحقیق با مطالعات Ramezani and Nazeri Tahroudi (2020) و Bazrafshan et al. (2019) مطابقت دارد.

در روابط فوق، L نشان‌دهنده فاصله زمانی بین دو دوره خشک متوالی و $E(L)$ امید ریاضی (مقدار متوسط) فاصله زمانی بین دوره‌های خشک متوالی است که می‌تواند بر اساس مشاهدات رویدادهای خشکسالی برآورد شود. در این مطالعه، برآزش دوازده تابع مفصل شامل کلایتون، فرانک، گالامبوس، پلاکت، گامبل-هوگارد، علی-میخائیل-حق، فارلی-گامبل-مورنگسترن، HRT، فیلیپ-گامبل، جوئی، گامبل-بارنت و سارمونف، بر داده‌های خشکسالی مشاهداتی مورد آزمون قرار گرفت. در جدول ۲ روابط ریاضی برخی از توابع مفصل سه‌متغیره ارائه شده است. روابط ریاضی و مشخصات خانواده‌های مختلف توابع مفصل در منبع (Nelsen 2006) ارائه شده است.

۳- نتایج و بحث

۳-۱- شاخص SPI اصلاحی (SPI^{mod})

شاخص‌های خشکسالی در مقیاس‌های زمانی مورد مطالعه در تحقیقات مختلف می‌توانند نمایی از ویژگی‌های خشکسالی نظیر شدت، مدت و پیک خشکسالی را نشان دهند. در این تحقیق، نتایج حاصل از سری

Table 2- Description of mathematical equations of the trivariate Archimedean copulas (Nelsen, 2006)

جدول ۲- توصیف معادلات ریاضی خانواده مفصل‌های ارضمیدسی سه‌متغیره (Nelsen, 2006)

The Family Copula	$C(u_1, u_2, u_3)$	Generating Function
1-Clyton	$[(u_1^{-\theta_2} + u_2^{-\theta_2} - 1)^{\theta_1/\theta_2} + u_3^{-\theta_1} - 1]^{-1/\theta_1}$, $\theta_1 < \theta_2, \theta_2 \in (0, \infty)$	$\frac{1}{\theta_1} \{(\theta_2 t + 1)^{\theta_1/\theta_2} - 1\}$
2-Gumbel-Hougaard	$\exp\left\{-\left[(-\log u_1)^{\theta_2} + (-\log u_2)^{\theta_2}\right]^{\theta_1/\theta_2} + (-\log u_2)^{\theta_1}\right\}$, $\theta_1 < \theta_2, \theta_2 \in [1, \infty)$	t^{θ_1/θ_2}
3-Frank	$-\theta_1^{-1} \log\left\{1 - \left[c_1^{-1}(1 - c_2^{-1}(1 - e^{-\theta_2 u_1}))(1 - e^{-\theta_2 u_2})\right]^{\theta_1/\theta_2}\right\}$, $(1 - e^{-\theta_1 u_3})$, $\theta_1 < \theta_2, \theta_2 \in (0, \infty)$	$-\ln \frac{\{1 + e^{-t}(e^{-\theta_2 - 1})\}^{\theta_1/\theta_2} - 1}{e^{-\theta_1 - 1}}$

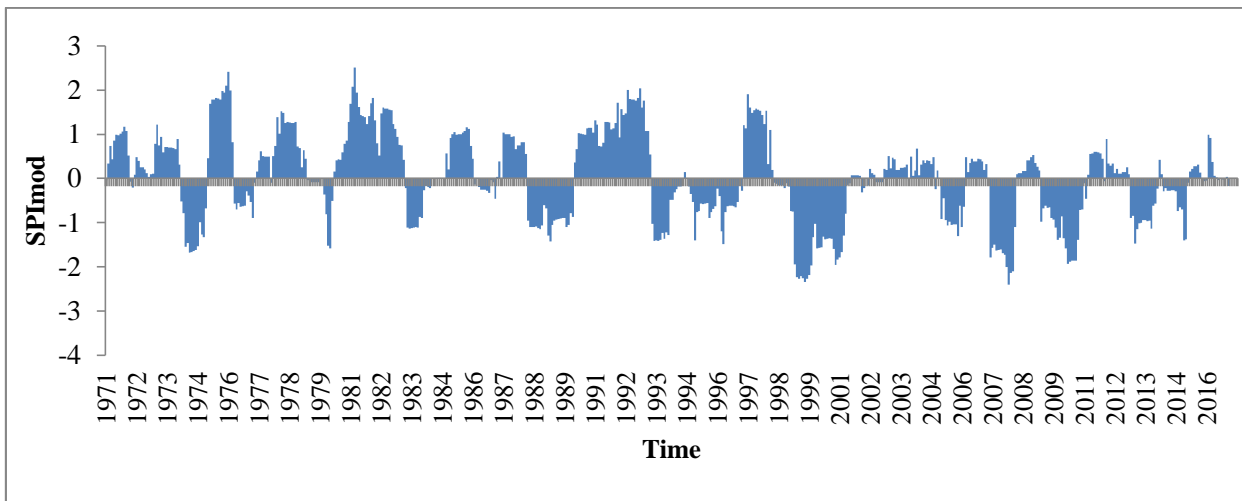


Fig. 3- The time series of SPI^{mod} index for Mashhad station
 شکل ۳- سری زمانی شاخص SPI^{mod} برای ایستگاه مشهد

از فرآیندهای جامع آماری ایجاد توزیع توأم SPI^{mod} های چندگانه از طریق مفصل‌ها می‌باشد. نتایج این بخش با مطالعات (Kao and Govindaraju (2010) مطابقت دارد.

۳-۲- تحلیل تک‌متغیره و چندمتغیره خشکسالی‌ها با استفاده از توابع مفصل

نتایج حاصل از برازش توزیع‌های تک‌متغیره بر مشخصه‌های خشکسالی نشان داد که بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (KS) در سطح معنی‌داری ۵ درصد، در همه ایستگاه‌ها، تابع توزیع نمایی بر

حاشیه‌های بارش (توابع توزیع احتمال تراکمی تک‌متغیره) $\{u_1, u_2, \dots, u_{12}\}$ با بازه‌های زمانی مختلف از ۱ تا ۱۲ ماهه را می‌توان با روش SPI^{mod} ایجاد نمود. U_1 وضعیت بارش ماه گذشته (U_1 برای تشخیص دادن آغاز خشکسالی مهم است) و U_{12} وضعیت بارش سال گذشته (برای تشخیص خشکسالی‌های طولانی‌مدت مهم است) را نشان می‌دهد. باید توجه داشت که هیچ یک از U ها نمی‌تواند به تنهایی اطلاعات U های دیگر را انعکاس دهد و هر U منفرد می‌تواند فقط یک دید جزئی از خشکسالی هواشناختی را بازتاب دهد. برای مشخص کردن وضعیت کلی خشکسالی، لازم است مقادیر SPI^{mod} ها با مقیاس‌های زمانی مختلف مورد بررسی قرار گیرند. یکی

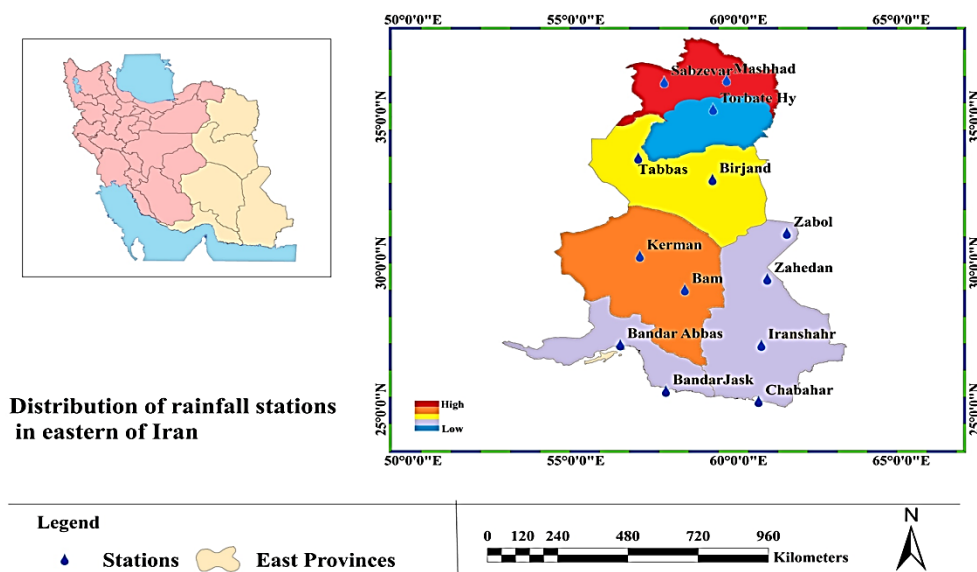


Fig. 4- Delineation of dry months percentage in the studied stations
 شکل ۴- درصد ماه‌های خشک در ایستگاه‌های مورد مطالعه

نتایج حاصل از بررسی برازش دوازده توابع مفصل مختلف بر مشخصه‌های خشکسالی در ایستگاه‌های مورد مطالعه نشان داد که در دو حالت دومتغیره و سه‌متغیره، تابع مفصل دم کلفت HRT بهترین عملکرد را در ایجاد توزیع توأم داشته است. خلاصه‌ای از نتایج بررسی برازش مفصل HRT بر داده‌های خشکسالی در ایستگاه‌های مورد مطالعه و مقادیر آماره‌های خطا و پارامتر وابستگی مفصل در جدول ۳ ارائه شده است.

۳-۳- دوره بازگشت توأم و شرطی خشکسالی

در تحلیل فراوانی تک‌متغیره، نگاشت یک‌به‌یک بین تابع توزیع و دوره بازگشت وجود دارد (یعنی یک مقدار معین از تابع توزیع به طور منحصر به فرد، یک دوره بازگشت معین را تعریف می‌کند و برعکس). هرچند، اجتماع دو دوره بازگشت تک‌متغیره مجزا هیچ وابستگی معنی‌داری را بین متغیرهای تصادفی همبسته آشکار نمی‌کند. برای ارزیابی ریسک متغیرهای تصادفی همبسته به‌طور همزمان به تحلیل فراوانی دومتغیره یا چندمتغیره نیاز می‌باشد.

مدت خشکسالی، تابع توزیع گاما بر شدت خشکسالی و تابع توزیع مقادیر حدی بر پیک خشکسالی‌ها از برازش قابل قبولی برخوردار بودند. از آنجایی که شرط استفاده از توابع مفصل وجود همبستگی بین متغیرهای خشکسالی است و در صورت عدم وجود همبستگی استفاده از این توابع مناسب نمی‌باشد، لذا پس از انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای مناسب برای هر متغیر خشکسالی، میزان همبستگی بین متغیرهای شدت و مدت، شدت و پیک و پیک و مدت با استفاده از ضریب همبستگی پیرسون و ضریب همبستگی اسپیرمن ارزیابی گردید. برای نمونه، مقادیر ضریب همبستگی پیرسون برای ایستگاه مشهد بین شدت و مدت ۰/۵۲، مدت و پیک ۰/۵۰ و شدت و پیک ۰/۸۴ و ضریب همبستگی اسپیرمن ۰/۴۹ بدست آمد. بر اساس نتایج به‌دست آمده، مقادیر همبستگی بین متغیرها مثبت بوده که نشان می‌دهد متغیرهای شدت و مدت بر هم اثر متقابل داشته و لذا استفاده از توابع مفصل جهت تحلیل چندمتغیره خشکسالی مناسب است. پراکندگی بین شدت و مدت، شدت و پیک و پیک و مدت خشکسالی به‌ترتیب در شکل‌های ۵-A، ۵-B و ۵-C نشان داده شده است.

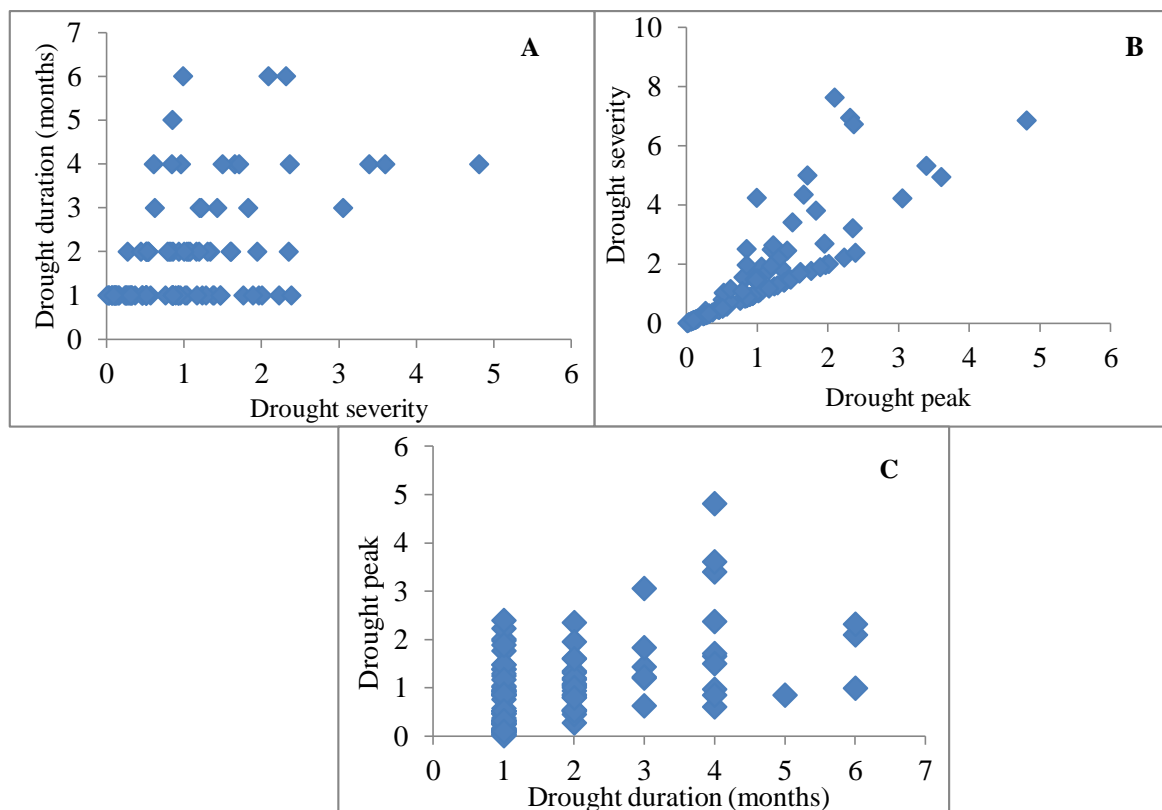


Fig. 5- The scatter plot of paired drought characteristics (A) severity- duration, (B) peak- severity, and (C) duration- peak for Mashhad station

شکل ۵- پراکنش متغیرهای شدت در برابر مدت خشکسالی (A)، پیک در برابر شدت خشکسالی (B) و مدت در برابر پیک خشکسالی (C) در ایستگاه مشهد

Table 3- Results of bivariate and trivariate analysis of drought characteristics in the studied stations

جدول ۳- نتایج حاصل از تحلیل دو و سه متغیره مشخصه‌های خشکسالی برای ایستگاه‌های مورد مطالعه

Best copula	Maximum likelihood		RMSE		NSE		Dependency parameter		Stations	
Variables										
((u,v),w)	(u,v)	((u,v),w)	(u,v)	((u,v),w)	(u,v)	((u,v),w)	(u,v)	((u,v),w)	(u,v)	
HRT	HRT	-105.99	-100.58	0.100	0.13	0.85	0.80	1.07	0.87	Iranshahr
HRT	HRT	-117.34	-95.30	0.090	0.16	0.89	0.76	20.00	0.82	Bam
HRT	HRT	-313.21	-233.18	0.140	0.14	0.90	0.79	0.86	0.65	Torbat Heidarieh
HRT	HRT	-118.44	-103.38	0.070	0.17	0.94	0.71	0.78	0.54	Bandarabbas
HRT	HRT	-236.48	-218.26	0.008	0.08	0.87	0.70	20.00	19.00	Bandar-e- Jask
HRT	HRT	-237.29	-174.50	0.070	0.16	0.94	0.57	0.80	0.52	Birjand
HRT	HRT	-105.99	-164.49	0.105	0.08	0.85	0.95	1.07	0.76	Chabahar
HRT	HRT	-113.08	-92.94	0.090	0.15	0.90	0.79	0.72	0.62	Zabol
HRT	HRT	-386.71	-148.95	0.051	0.16	0.97	0.72	20.00	0.83	Zahedan
HRT	HRT	-324.39	-236.38	0.093	0.13	0.88	0.85	0.90	0.64	Sabzevar
HRT	HRT	-213.16	-161.90	0.093	0.73	0.90	0.17	0.91	0.57	Tabas
HRT	HRT	-186.33	-143.44	0.078	0.10	0.91	0.91	0.69	0.63	Kerman
HRT	HRT	-310.62	-224.05	0.098	0.08	0.87	0.86	0.97	0.65	Mashhad

دوره‌های بازگشت شرطی بر اساس توابع مفصل برای شدت و مدت خشکسالی برای دو حالت محاسبه شدند: حالت اول دوره بازگشت مدت خشکسالی برای حالتی که شدت خشکسالی از یک حد آستانه معین تجاوز کند (مثلاً $D > 1$ و غیره) و حالت دوم دوره بازگشت شدت خشکسالی برای حالتی که مدت از یک حد آستانه معین تجاوز کند. این دوره بازگشت اطلاعات مفیدی برای برنامه‌ریزی‌های ریسک خشکسالی در اختیار مهندسان منابع آب به‌عنوان یک معیار طراحی قرار می‌دهد. به‌عنوان مثال، برای ایستگاه مشهد چنانچه یک سیستم تأمین آب نتواند آب کافی برای شرایط خشکسالی که شدت آن ۵ و بیشتر و مدت آن از ۴ و بیشتر باشد، تأمین کند، دوره بازگشت در چنین حالتی تقریباً ۹۰ سال می‌باشد که این موضوع برای سایر شدت‌ها و مدت‌ها به‌ازاء دوره بازگشت‌های مشخص به‌وضوح در شکل (۶-ب) نشان داده شده است.

تحلیل چندمتغیره با استفاده از دوره بازگشت توأم بیان می‌شود. جهت برنامه‌ریزی‌های منابع آب تخمین دوره بازگشت‌ها امری ضروری است. لذا در این تحقیق، دوره بازگشت‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ ساله برای ایستگاه‌های مورد مطالعه طبق داده‌های موجود آن محاسبه گردید. به‌عنوان مثال، برای ایستگاه مشهد برای دوره بازگشت ۱۰ ساله برای دوره خشک به مدت ۷ ماه، شدت خشکسالی ۶ می‌باشد. برای دوره بازگشت‌های ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ ساله به‌ترتیب برای مدت خشکسالی‌های ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۵ ماهه، شدت خشکسالی‌ها به‌ترتیب ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ می‌باشد. پیک خشکسالی در این بازه‌های ماهانه برای حالت ۶ ماهه برابر ۷/۶۴ بدست آمد، طبیعی است که برای بازه‌های زمانی طولانی‌تر پیک خشکسالی بیشتر می‌باشد.

نتایج مربوط به دوره بازگشت‌ها در شکل (۶-ا) آورده شده است.

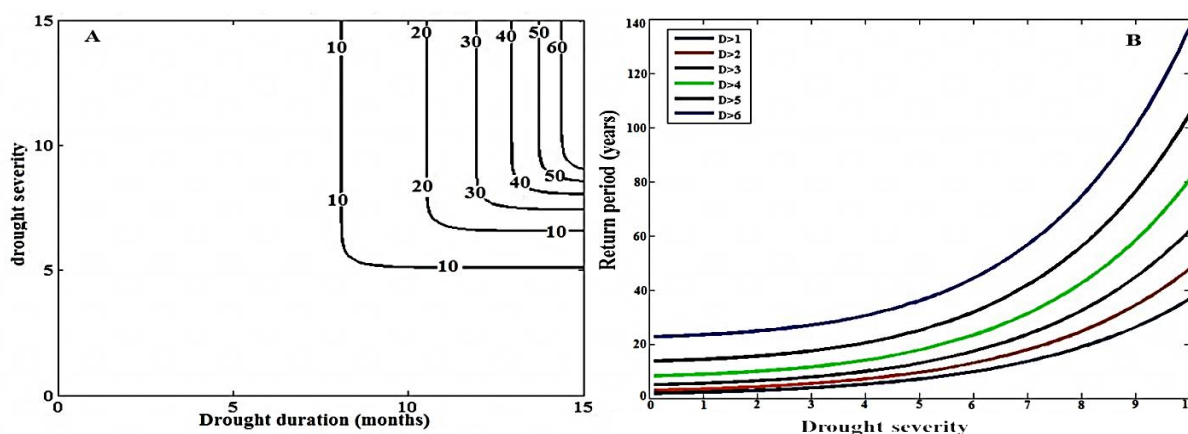


Fig. 6- Joint return period (A) and conditional return period (B) of drought duration and severity for Mashhad station

شکل ۶- دوره بازگشت توأم (A) و شرطی (B) خشکسالی برای ایستگاه مشهد

۴-۳- احتمالات شرطی و توأم

احتمالات شرطی چندمتغیره را نیز می‌توان به سادگی بر اساس توابع مفصل تعریف نمود. بدین صورت که اگر هدف بررسی احتمال وقوع یک متغیر در حالت فرضی تجاوز متغیر دیگر از حد آستانه خاصی باشد، می‌توان با روابط احتمالات شرطی مقدار آن را محاسبه نمود. برای مثال، طبق شکل A-۷ در ایستگاه مشهد، احتمال وقوع خشکسالی‌های با شدت کمتر از ۲ و ۴ زمانی که مدت خشکسالی بیشتر از ۳ ماه باشد، به ترتیب برابر ۰/۱ و ۰/۵۲ می‌باشد. به طور مشابه در شکل B-۷، احتمال وقوع خشکسالی با مدت ۲ و ۴ ماه زمانی که شدت آن بیشتر از ۲ باشد، به ترتیب برابر ۰/۱۵ و ۰/۳ می‌باشد. احتمال این که هر دوی شدت و مدت خشکسالی بطور همزمان از سطوح آستانه معین بیشتر باشند، اطلاعات مفیدی در اختیار مدیران منابع آبی جهت بهبود مدیریت منابع آبی و کشاورزان برای تعیین الگوی کشت مناسب تحت شرایط خشکسالی می‌گذارد.

پس از تعیین تابع مفصل مناسب و تعیین پارامتر وابستگی مفصل، می‌توان با جایگذاری مقادیر توزیع تراکمی حاشیه‌های شدت و مدت

خشکسالی در تابع مفصل منتخب، احتمالات توأم را محاسبه نمود. از آنجائیکه ترکیبات مختلف مدت و شدت خشکسالی می‌تواند به احتمال یکسانی منجر شود، احتمالات توأم به وسیله خطوط کنتور نمایش داده می‌شوند. در شکل D-۷ نمودار کنتور احتمالات توأم شدت و مدت خشکسالی‌های ایستگاه مشهد (به عنوان نمونه) بر اساس تابع مفصل HRT نشان داده شده است. برای مثال، در شکل D-۷ احتمال وقوع خشکسالی با مدت بیش از ۵ ماه و شدت بزرگتر از ۳ در ایستگاه مشهد حدود ۰/۰۶ و برای مدت بیشتر از ۶ ماه و شدت بزرگتر از ۴ برابر ۰/۰۸ می‌باشد. در این شکل ستاره‌ها نشان‌دهنده مقادیر مشاهداتی مشخصه‌های خشکسالی هستند. همچنین نمایش سه بعدی احتمال توأم شدت و مدت خشکسالی‌ها به همراه احتمال رخداد آنها برای ایستگاه مشهد (بر اساس تابع مفصل HRT با پارامتر وابستگی مفصل در شکل C-۷) ارائه شده است. مقادیر RMSE در ایستگاه مشهد در حالت دومتغیره برابر ۰/۰۸ و در حالت سه‌متغیره برابر ۰/۰۹۸ و همینطور مقدار ML برای دو حالت دومتغیره و سه‌متغیره به ترتیب ۲۲۴/۰۵ و ۳۱۰/۶۲- به دست آمده است. نتایج مربوط به سایر ایستگاه‌ها پیشتر در جدول ۳ آورده شده است.

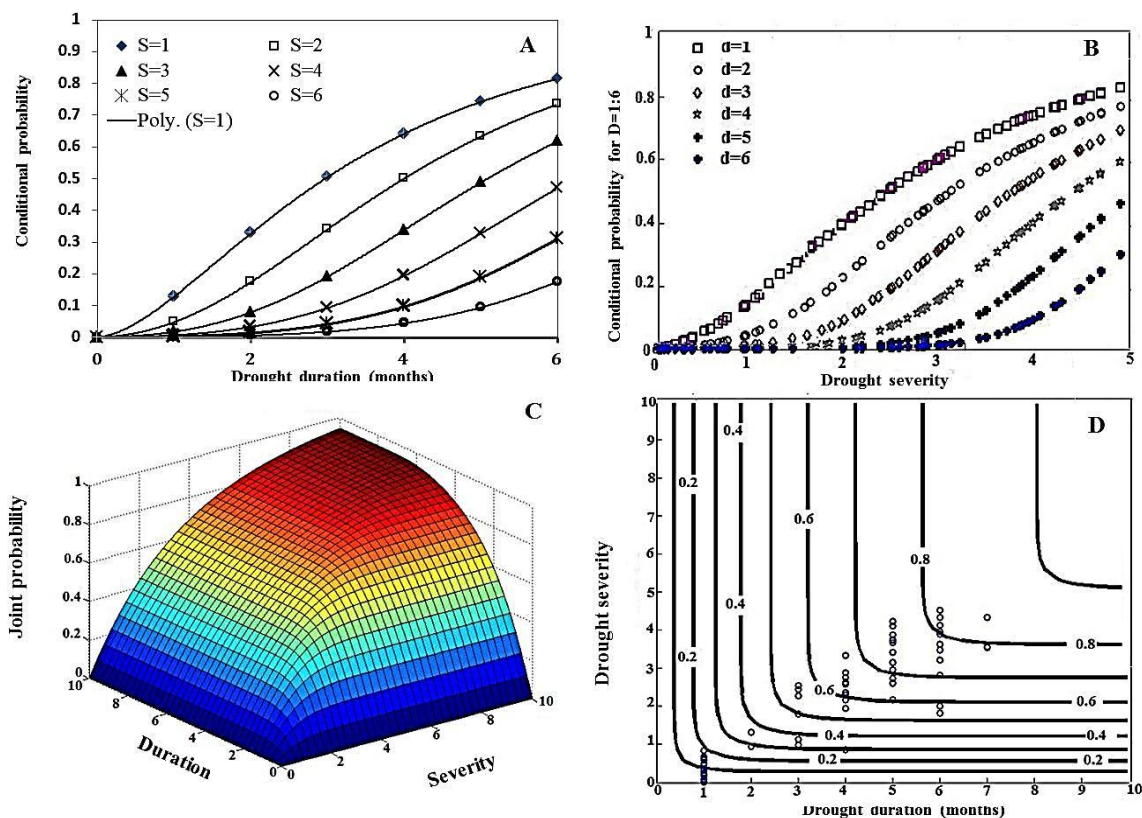


Fig. 7- The joint conditional probability of drought severity and duration (A, B), the 3D display (C) and contour plot of the joint probability of drought severity and duration in Mashhad station based on HRT copula function

شکل ۷- احتمال شرطی توأم شدت و مدت خشکسالی‌ها (A و B)، نمایش سه‌بعدی (C) و نمودار کنتور (D) احتمال توأم شدت و مدت خشکسالی در ایستگاه مشهد بر اساس تابع مفصل HRT

- 1- Root Mean Square Error
- 2- Akaike Information Criterion
- 3- Bayesian Information Criterion
- 4- Nash-Sutcliffe Efficiency Coefficient
- 5- Maximum Likelihood
- 6- Heavy Right Tail (HRT)

۵- مراجع

- Abbasian M, Abrishamchi A (2014) Comparison of multivariate with univariate analysis for drought event using copula functions. 9th National Congress of Civil Engineering, Noshirvani University of Babol (In Persian)
- Abdi A, Hassanzadeh Y, Talatahari S, Fakheri-Fard A, Mirabbasi R (2016) Regional bivariate modeling of droughts using L-components and copulas. *Environmental Research and Risk Assessment* 31(5):1199-1210. DOI: 10.1007/s00477-016-1222-x
- Amirataee B, Montaseri M, Rezaie H (2018) Regional analysis and derivation of copula-based drought Severity-Area Frequency curve in Lake Urmia basin, Iran. *Journal of Environmental Management* 206:134-144 (In Persian)
- Ayantobo OO, Li Y, Song S (2019) Copula-based trivariate drought frequency analysis approach in seven climatic sub-regions of mainland China over 1961-2013. *Theoretical and Applied Climatology* 137:2217- 2237
- Ayantobo OO, Li Y, Song S, Javed T, Yao N (2018) Probabilistic modelling of drought events in China via 2-dimensional joint copula. *Journal of Hydrology* 559:373-391
- De Michele C, Salvadori G (2003) A Generalized Pareto intensity-duration model of storm rainfall exploiting 2-copulas. *Journal of Geophysical Research* 108(D2):4067
- Ramezani Y, Nazeri Tahroudi M (2020) Improving the performance of the SPEI using four-parameter distribution function. *Theoretical and Applied Climatology* 139:1151-1162
- Salvadori G, De Michele C (2006) Statistical characterization of temporal structure of storms. *Advances in Water Resources* 29(6):827-842
- Ekanayake E, Perera K (2014) Analysis of drought severity and duration using copulas in Anuradhapura, Sri Lanka. *British Journal of Environment and Climate Change* 4(3):312-327
- Fang HB, Fang KT, Kotz S (2002) The meta-elliptical distributions with given marginals. *Journal of Multivariate Analysis* 82:1-16

در این مطالعه، خشکسالی‌های شرق ایران با استفاده از شاخص SPI اصلاحی و روش تحلیل چندمتغیره بر مبنای توابع مفصل تودرتو برای دوره آماری ۲۰۱۷-۱۹۷۱ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که استفاده از SPI^{mod} تا حدود زیادی معایب SPI متداول را برطرف می‌کند و تغییرات فصلی بارش را در محاسبه شاخص SPI لحاظ می‌نماید. هرچند در محاسبه SPI^{mod} ، مشابه با SPI متداول، انتخاب مقیاس‌های زمانی مختلف (۱ ماهه، ۳ ماهه، ...، ۲۴ ماهه) اغلب نتایج متفاوتی ارائه می‌دهد و این موضوع باعث سردرگمی محققان در ارزیابی خشکسالی‌ها می‌شود. نتایج تحلیل فراوانی تک‌متغیره مشخصه‌های خشکسالی نشان داد که در همه ایستگاه‌های مورد مطالعه، تابع توزیع نمایی بر مدت خشکسالی، تابع توزیع گاما بر شدت خشکسالی و تابع توزیع مقادیر حدی بر پیک خشکسالی برآزش قابل قبولی داشتند. تحلیل ساختار وابستگی مشخصه‌های پیک، مدت و شدت خشکسالی‌ها در شرق ایران نشان داد که این مشخصه‌ها در ایستگاه‌های مورد مطالعه از همبستگی بالایی برخوردار می‌باشند. بنابراین، تحلیل تک‌متغیره این مشخصه‌ها توصیف دقیقی از خشکسالی‌ها ارائه نخواهد کرد. لذا به منظور دستیابی به شناخت دقیق‌تر خشکسالی‌های منطقه مورد مطالعه از توابع مفصل جهت ایجاد توزیع دومتغیره شدت و مدت و توزیع سه‌متغیره شدت، مدت و پیک خشکسالی استفاده شد. برای این منظور، در ابتدا توزیع توأم شدت و مدت خشکسالی ایجاد گردید و سپس این توزیع توأم دومتغیره با توزیع حاشیه‌ای پیک خشکسالی جفت گردید و با روش تودرتو توزیع توأم سه‌متغیره به دست آمد. بدین منظور برآزش دوازده تابع مفصل مختلف مورد بررسی قرار گرفت.

پارامتر وابستگی مفصل (θ) با روش IFM محاسبه شد و به منظور انتخاب مفصل برتر، مقادیر مفصل‌های تئوری با مقادیر متناظر مفصل تجربی مقایسه شد و مقادیر RMSE، NMSE و ML محاسبه گردید. نتایج نشان داد که در ایستگاه‌های مورد مطالعه، تابع مفصل HRT بهترین عملکرد را در ایجاد توابع توزیع توأم دومتغیره و سه‌متغیره دارد و بعنوان تابع مفصل برتر انتخاب شد. سپس مقادیر احتمال توأم و شرطی و همچنین دوره‌های بازگشت توأم و شرطی محاسبه و نتایج آن به صورت نمودارهایی ارائه شد. نتایج حاصل از تحلیل چندمتغیره خشکسالی می‌تواند اطلاعات مفید و جامعی را در اختیار مهندسان منابع آب جهت برنامه‌ریزی و طراحی در شرایط خشکسالی قرار دهد. در ادامه پیشنهاد می‌شود که خشکسالی‌های این منطقه با استفاده از شاخص‌های خشکسالی دیگر همچون شاخص کمبود توأم (JDI) و شاخص خشکسالی ترکیبی (CDI) بررسی و نتایج آن با نتایج مطالعه حاضر مقایسه گردد.

- Song S, Singh VP (2010) Meta-elliptical copulas for drought frequency analysis of periodic hydrologic data. *Environmental Research and Risk Assessment* 24:425-444
- Thilakarathne M, Sridhar V (2018) Characterization of future drought conditions in the Lower Mekong River Basin. *Weather and Climate Extremes* 17:47-58
- Van de Vyver H, Van den Bergh J (2018) The Gaussian copula model for the joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology* 561:987-999
- Wong G, van Lanen HAJ, Torfs PJJF (2013) Probabilistic analysis of hydrological drought characteristics using meteorological drought. *Hydrological Science Journal* 58(2):253-270
- Wong G, Lambert MF, Leonard M, Metcalfe AV (2010) Drought analysis using trivariate copulas conditional on climatic states. *Journal of Hydrologic Engineering* 15(2):129-141
- Yang J, Chang J, Wang Y, Li Y, Hu H, Chen Y, Huang Q, Yao J (2018) Comprehensive drought characteristics analysis based on a nonlinear multivariate drought index. *Journal of Hydrology* 557:651-667
- Wang JZ, Zhang K, Liang B (2012) Tracing urban sewage pollution in Chaohu Lake (China) using linear alkylbenzenes (LABs) as a molecular marker. *Science of the Total Environment* 414:356-363
- Yang YY, Toor GS, Wilson PC, Williams CF (2017) Micropollutants in groundwater from septic systems: transformations, transport mechanisms, and human health risk assessment. *Water Research* 123:258-267
- Yavar M, Rezaei Tavabe K, Taghav L (2018) Investigation of different levels of water oxidation reduction potential (ORP) on physicochemical parameters of water, blood biochemical indices and cortisol hormone of the Common Carp (*Cyprinus Carpio*). *Journal of Fisheries* 70(4):396-406 (In Persian)
- Zhou J, Wu Z, Yu D, Pang Y, Cai H, Liu Y (2018) Toxicity of linear alkylbenzene sulfonate to aquatic plant *Potamogeton perfoliatus* L. *Environmental Science and Pollution Research* 25(32):32303-32311
- Ghabaei Sough M, Zare Abyaneh H, Mosaedi A (2017) Development of ADI as a aggregate drought index based on principle component analysis for monitoring agricultural drought in Golestan Province- Iran. *Iran-Water Resources Research* 13(2):56-73 (In Persian)
- Goodarzi M, Fatehifar A, Avazpoor F (2019) Bivariate analysis of the impact of climate change on drought with SPEI index and Coppola functions (Case study: Dugonbadan). *Iran-Water Resources Research* 15(4):352-365 (In Persian)
- Hui-Mean F, Yusof F, Yusop Z, Suhaila J (2019) Trivariate copula in drought analysis: a case study in peninsular Malaysia. *Theoretical and Applied Climatology* 138:657-671
- Javizadeh S, Hejazizadeh Z (2019) Analysis of drought spatial statistics in Iran. *Researches in Geographical Sciences* 19(53):251-277
- Joe H (1997) *Multivariate models, dependence concepts*. London: Chapman & Hall, 399 pp.
- Kao SC, Govindaraju RS (2010) A copula-based joint deficit index for droughts. *Journal of Hydrology* 380:121-134
- Mirabbasi R, Fakheri-Fard A, Dinpazhoh Y (2012) Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology* 108(1-2):191-206
- Nelsen RB (2006) *An introduction to Copulas*. Springer, New York, 269 pp.
- Sadri S, Burn DH (2012) Nonparametric methods for drought severity estimation at ungauged sites. *Water Resources Research* 48:W12505
- Saeidipour M, Radmanesh F, Eslamian S (2019) Meteorological drought monitoring using the multivariate index of SPEI (Case study: Karun Basin). *AUT Journal of Civil Engineering* 3(1):85-92
- Shiau JT (2006) Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water Resources Management* 20:795-815
- Sklar A (1959) Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de L'Université de Paris* 8:229-231