

Rainfall –Runoff Prediction By Stochastic
Models
(Case Study: Watershed of Kardeh Dam)

S. R. Hashemi^{1*} and S. M. Amir Jahanshahi²

Abstract

Stochastic models are among the most suitable methods for predicting Hydro-climatological data with seasonal variability incorporated with random processes. State space model of the second order was utilized to predict rainfall - runoff for one or more lag times. The input-output variables were modeled separately and the seasonal models of Box and Jenkins family was applied for description of both variables in Kardeh basin. This basin is located in the north-east of Mashhad city with an area of 242 square kilometers. The predicted monthly values of rainfall and runoff were calculated for the second half of the year 2005 and the beginning six months of 2006. The procedure is applicable to other similar basins.

Keywords: State space models, Box and Jenkins seasonal models, Stochastic models, Rain fall –Run off prediction.

پیش‌بینی بارندگی و رواناب با الگوهای استوکستیک در
سیستم آبهای سطحی
(مطالعه موردی: حوضه آبریز سد کارده)

سید رضا هاشمی^{۱*} و سید مهدی امیر جهانشاهی^۲

چکیده

از آنجایی که داده‌های هیدروکلیماتولوژی دارای تغییرات فصلی متاثر از فرایندهای تصادفی می‌باشند مدل‌های استوکستیک مناسبترین روش جهت پیش‌بینی متغیرهای تصادفی با روند فصلی است. در این مقاله برای پیش‌بینی بارندگی و رواناب یک یا چند گام جلوتر از مدل‌های فضای حالت مرتبه دوم استفاده شده است. علاوه بر متغیرهای ورودی و خروجی به صورت جداگانه مدل‌سازی شده و مدل‌های فصلی خانواده باکس و جنکینز در توصیف هر دو متغیر بکار رفته و برای حوضه آبریز کارده به مساحت ۲۴۲ کیلومتر مربع واقع در شمال شرقی مشهد به اجرا در آمده است. مقادیر پیش‌بینی ماهانه بارندگی و رواناب شش ماه باقیمانده سال ۲۰۰۵ و شش ماه اول سال ۲۰۰۶ بر اساس مدل‌ها انجام و ارائه شده است. بدیهی است از این روش در حوضه‌های مشابه نیز می‌توان استفاده نمود.

کلمات کلیدی: مدل فضای حالت، مدل‌های فصلی باکس و جنکینز، مدل‌های استوکستیک، پیش‌بینی بارندگی و رواناب.

تاریخ دریافت مقاله: ۲۷ فروردین ۱۳۸۶

تاریخ پذیرش مقاله: ۱ تیر ۱۳۸۸

1- Assistant professor, Dept. of Water Eng., Birjand University, Birjand, Iran.
Email: srhashemi @birjand.ac.ir

2- Instructor, Dept. of statistics&computer., Sistan & Balochestan University, Zahedan, Iran. Email: mjahan @usb.ac.ir.

*- Corresponding Author

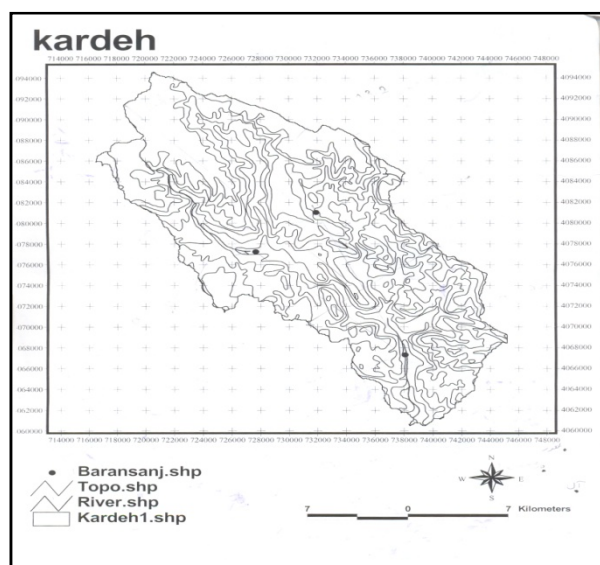
۱- استادیار گروه مهندسی آب، دانشگاه بیرجند، بیرجند.

۲- مربی گروه آمار و کامپیوتر، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان.

*- نویسنده مسئول

۱- مقدمه

طول جغرافیایی $38^{\circ}58'59''$ بمدت ۱۹ سال بارندگی ماهانه به میلی‌متر (از سال آبی ۶۵-۱۳۶۴ تا ۸۴-۱۳۸۳) و متوسط دبی ماهانه به متر مکعب بر ثانیه به مدت ۱۹ سال (از سالهای ۶۴-۱۳۶۳ تا ۸۳-۱۳۸۲) است. متوسط مساحت حوضه ۲۴۲ کیلومتر مربع می‌باشد. داده‌ها از سازمان آب منطقه‌ای خراسان رضوی تهیه گردیده است.



شکل ۱- حوضه آبریز کارده

تمام مدل‌های هیدرولوژیکی تقریبی از واقعیت است، بنابراین پیش‌بینی خروجی یک مدل هرگز قطعی نیست بلکه مهم این است که چگونه می‌توان به یک مدل قابل قبول رسید. تعداد زیادی از مدل‌های هیدرولوژیکی موجود تفاوت‌هایی در ساختمان مدل دارند زیرا این مدل‌ها مقاصد گوناگونی را تعقیب می‌کنند، مانند مدل‌هایی برای طراحی سیستم زهکشی حوضه، مدل‌هایی برای پیش‌بینی سیلاب، مدل‌هایی جهت تعیین کیفیت آب و غیره.

(Singh & Woolhiser (2002) مدل‌سازی تفهیمی ریاضی هیدرولوژیکی حوضه آبریز را ارائه دادند. فرموله کردن مدل فضای حالت^۱ و فیلتر کالمن طی سالهای متمادی در هیدرولوژی مورد استفاده قرار گرفته است. ارائه مدل‌های جعبه سیاه و جعبه خاکستری نمونه‌ای از مدل‌های تفهیمی فیزیکی هستند که در آن مقادیر پارامترها با استفاده از داده‌ها تعیین می‌شوند.

(Szollosi & Nagy (1976) فرمول‌سازی فضای حالت را در ارزیابی پارامترها با مدل^۲ (FIR) مورد استفاده قرار دادند. (Todini (1978) مدل Armax را به صورت مدل فضای حالت فرموله کرد. تمام مدل‌های فوق به صورت زمان منقطع ارائه شده است. مدل ارائه شده در این مقاله پیش‌بینی بارندگی رواناب را در سیستم آبهای سطحی مورد بررسی قرار می‌دهد.

الف- با مشخص شدن بارندگی و رواناب حاصل از آن می‌توان حجم مخزن را در هر بازه زمانی مشخص کرده و بنابراین با توجه به نیاز پائین دست نسبت به تنظیم تقویم زمانی جهت تخلیه ذخیره مخزن اقدام کرد. از آنجا که پروژه‌ها بازده اقتصادی را دنبال می‌کنند تخصیص بهینه منابع آب با تغییر در ابعاد سیستم و میزان دقت نتایج در هر زمان با نزدیکی نتایج به مقادیر واقعی مورد آزمون قرار می‌گیرد.

ب- ورودی به مخزن فرایندی تصادفی بوده، لذا از بهینه‌سازی بسط فرایند تصادفی (E.S.O)^۳ و توزیع احتمالات استفاده می‌شود. حال آنکه در روش I.S.O^۴ بهینه‌سازی با درون‌یابی سری‌های ورودی، ارتباط همبستگی در یک مقطع خاص انجام می‌شود.

۲- منطقه مورد مطالعه

آمار مورد استفاده مربوط به حوضه آبریز سد کارده واقع در ۴۰ کیلومتری شمال شرقی مشهد در عرض جغرافیایی $36^{\circ}33'26''$ و

۳- مواد و روشها
هدف اصلی در این مطالعه پیش‌بینی بارندگی و رواناب یک یا چند گام زمانی جلوتر است و از مدل‌های فضای حالت مرتبه دوم استفاده شده است. متغیرهای ورودی و خروجی به صورت جداگانه مدل‌سازی شده و مدل‌های فصلی خانواده باکس و جنکینز در توصیف هر دو متغیر به کار رفته و برای منطقه مورد مطالعه به مورد اجرا در آمده است.

۴- سیستم منابع آب

توصیف سیستم: این سیستم شامل یک مخزن، یک واحد آبیاری و یک واحد نیروگاه برق آبی است.

۵- الگوی استوکستیک سری زمانی

در این تجزیه و تحلیل u ورودی به سیستم و y خروجی آن است. با شبیه‌سازی مقادیر ورودی به سیستم سری‌های خروجی از مخزن باید به مقادیر تقاضا در پائین دست نزدیک شود. لذا با ارائه سیستم کنترل خود انطباقی در هر مقطع زمانی این نیاز برآورده می‌شود.

u, y, e به ترتیب ورودی، خروجی و یکسری خطای اتفاقی در سیستم و k مرتبه عملگر مدل است.

$A(Q^{-1})$ و $B(Q^{-1})$ به صورت چند جمله‌ای با عملگر واپس‌گرا است و برای k گام زمانی عقب تر داریم:

$$A(Q^{-1}) = a_0 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n} \quad (2)$$

$$B(Q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m} \quad (3)$$

که در آن n و m تعداد واسازیهای انجام شده در معادله ورودی و خروجی است و مقدار آنها در رسم منحنی همبستگی داده‌های مورد استفاده ضروری است.

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ b_0 + b_1 u(t-k) + b_2 u(t-k-1) + \dots + b_m u(t-k-m+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) \\ e(t) \end{bmatrix} = \quad (4)$$

b_0 مقداری قابل اغماض است. می‌توان معادله را به صورت زیر خلاصه کرد:

$$y(t) = z(t) + e(t) \quad (5)$$

$$z(t) = -y(t-1) - y(t-2) - \dots - y(t-n) + u(t-k) + u(t-k-m+1) \quad (6)$$

$$\hat{\theta}(t) = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m]^T \quad (7)$$

۶-۲- الگوریتم مدل

۶-۲-۱- ارزیابی پارامترها

این ارزیابی با استفاده از n داده بارندگی است و $\theta(t)$ ماتریس کوواریانس خطا و $p(t)$ بردار این پارامتر است.

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + k(t+1) [y(t) - z(t)] \quad (8)$$

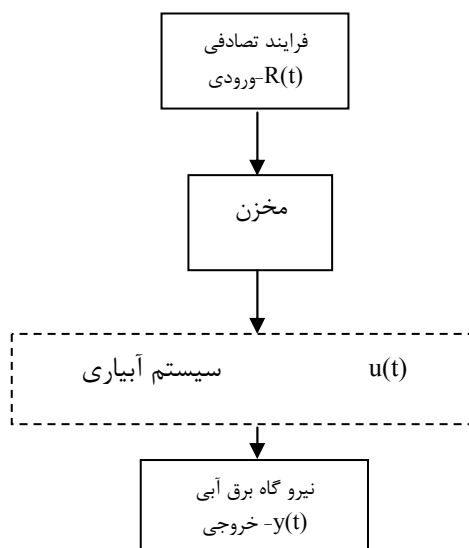
معادله زیر برای بررسی پارامترهای مدل یک گام زمانی جلوتر بکار می‌رود.

$$k(t+1) = [p(t)] [z(t+1)]^T / 1 + z(t+1) [p(t)] [z(t+1)]^T \quad (9)$$

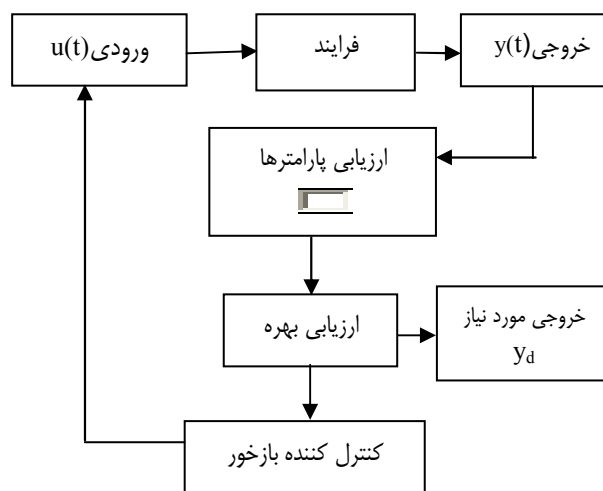
$k(t+1)$ بهره سیستم و $p(t+1)$ کوواریانس خطا در پارامترها است.

۶-۲-۲- تخمین بهره کنترل کننده

طراحی انجام شده با پاسخ چرخه سیستم بسته می‌تواند یک سری نیاز پایین دست را برابر با خروجی مورد نیاز y_d با کنترل بازخور برآورده سازد.



شکل ۲- سیستم منابع آب



شکل ۳- کنترل خودانطباقی آبهای سطحی

۶- بررسی مدل

مدل بر پایه سری‌های زمانی جزئی خطی مدل‌های ورودی-خروجی به برآورد نیاز پائین دست $\hat{y}_d(t)$ می‌پردازد. الگوریتم کنترل مدل خود انطباقی دارای عملکرد باز خور می‌باشد.

۶-۱- ساختار کنترل کننده

مقادیر پیش‌بینی شده ورودی به سیستم توسط فرمول ذیل با عملگر واپس‌گرا مشخص شده است:

$$A(Q^{-1}) [y(t)] = Q^{-k} B Q^{-l} [u(t)] + [e(t)] \quad (1)$$

۷- مدل‌های فصلی

کاربرد مدل - مقادیر ورودی و خروجی با بردار $z_t = \begin{bmatrix} y_m \\ y_m \end{bmatrix}$ شامل دو متغیر متوسط ماهانه بارندگی و دبی جریان است. با استفاده از معیارهای اطلاع ارائه شده در جدول ۷ مدل مناسب فضای حالت عبارتست از:

$$\begin{bmatrix} x_{t+1|t} \\ y_{t+1|t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.049219 & 4.312719 \\ -0.00075 & 0.579176 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{t+1|t+1} \\ y_{t+1|t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,0 \\ 0,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ n_{t+1} \end{bmatrix} \quad (19)$$

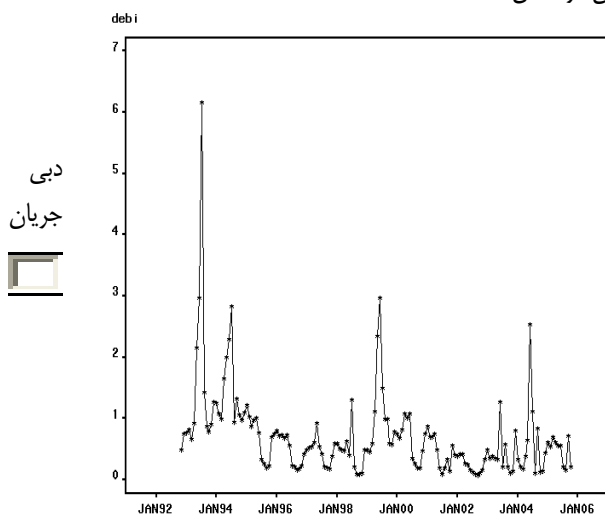
$$\text{var.} \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ n_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 799.6815.99934 \\ 5.99390.27653 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 - B^{12})x_t - 28.6 \\ (1 - B^{12})y_t - 0.652 \end{bmatrix}$$

۸- پیش‌بینی‌های بارندگی - رواناب

۸-۱- تجزیه و تحلیل میانگین ماهانه دبی جریان

بررسی روند تغییرات متوسط دبی جریان به قرار نمودار سری زمانی آن در شکل ۴ آمده است.



شکل ۴- نمودار تجزیه و تحلیل میانگین ماهانه دبی جریان

با توجه به شکل ۴ و ماهیت فصلی داده‌ها برای حصول ایستایی از تفاضل‌گیری فصلی استفاده و سپس نمودارهای تشخیصی را رسم می‌نمائیم.

$$[u(t)] = [G(t)] [y(t-k)] \quad (10)$$

که در آن $G(t)$ بهره کنترل چرخه بسته سیستم را وادار به تامین خروجی مورد نیاز y_d می‌نماید.

$$[y_d(t)] = [-a_1 y_d(t-1) - a_2 y_d(t-2) - \dots - a_n y_d(t-n)] = [b_1 g(t) y_d(t-k) + b_2 g(t) y_d(t-k-1) + \dots + b_m g(t) y_d(t-k-m+1)] + e(t) \quad (11)$$

با تعریف

$$\begin{bmatrix} y_d(t-k) \\ y_d(t-k-1) \\ \vdots \\ y_d(t-k-m+1) \end{bmatrix} h_1(t) = [b_1, b_2, \dots, b_m] \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} y_d(t-1) \\ y_d(t-2) \\ \vdots \\ y_d(t-n) \end{bmatrix} d(t) = [-a_1, -a_2, \dots, -a_n] \quad (13)$$

معادله ۱۱ را به صورت ذیل بازسازی می‌کنیم:

$$[y_d(t)] = h_1(t)[g(t)] + [d(t)] + [e(t)] \quad (14)$$

a_i و b_i ضریب پارامترها و $h_1(t)$ و $d(t)$ را بر اساس تخمین پارامترها در زمانهای مختلف $\hat{\theta}(t)$ و مقادیر مورد نیاز قبلی برآورد می‌سازیم. مجموع مربعات باقیمانده $g(t)$ بر اساس $y_d(t)$ و $\hat{\theta}(t)$ با الگوریتم زیر مشخص می‌شود.

$$\hat{g}(t) = \hat{g}(t-1) + k_g(t) [y(t) - h_1(t)\hat{g}(t-1) - d(t)] \quad (15)$$

که در آن:

$$k_g(t) = [p_g(t-1) h_1^T(t)] [h_1(t) p_g(t-1) h_1^T(t) + I]^{-1} \quad (16)$$

$$p_g(t) = [I - k_g(t) h_1^T(t)] p_g(t-1) \quad (17)$$

الگوریتم شامل معادلات ۱۵ تا ۱۷ با عملگر واپس‌گرا بهمراه اولین مرحله از ارزیابی پارامتر است. برای این منظور مقادیر $h_1(t)$ و $d(t)$ را با جایگزینی a_i و b_i در معادلات ۱۲ و ۱۳ انجام می‌دهیم. مقادیر ارزیابی شده بهره کنترل (\hat{g}) به صورت بازخور برای شبیه سازی سری‌های u و در نتیجه برای کنترل خروجی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$y_c(t) = h_1(t)\hat{g}(t) + d_1(t) + e(t) \quad (18)$$

مقادیر سری $y_c(t)$ باید بسیار نزدیک به مقادیر مورد نیاز $y_d(t)$ باشد. از آنجا که \hat{g} با استفاده از الگوریتم مجموع مربعات باقیمانده براساس $y_d(t)$ بدست آمده است، مقدار خطا بین $y_c(t)$ و $y_d(t)$ حداقل است و سیستم مدل بهینه است.

نمودارهای خودهمبستگی‌های جزئی و معکوس سه مدل برای داده‌ها مناسب به نظر می‌رسند. اما جهت حصول اطمینان از انتخاب بهترین مدل به مقایسه معیارهای ارزیابی دقت مدل می‌پردازیم که نتایج آن در جدول ۲ آمده است. با توجه به این نتایج مدل $ARIMA(1,0,0)(1,1,1)_{12}$ که دارای کمترین مقدار در معیارهای خطا می‌باشد بهترین مدل است.

جدول شماره ۲- مقایسه معیارهای خطا

شماره الگو	الگوها	AIC ^۶	SBC ^۷	Root ^۸ MSE
1	ARIMA(1,0,0)(1,1,1) ₁₂	233.68	252.49	0.2906
2	ARIMA(1,0,1)(1,1,1) ₁₂	235.69	254.62	0.3012
3	ARIMA(1,0,1)(2,1,1) ₁₂	237.25	255.63	0.3108

پیش‌بینی دبی متوسط ماهانه جریان برای ماههای باقیمانده ۲۰۰۵ و نه ماه اول سال ۲۰۰۶ به قرار جدول ۳ می‌باشد:

جدول ۳- ارائه مقادیر پیش‌بینی شده دبی ماهانه با فاصله اطمینان ۹۵٪

ماه	حد پایین پیش‌بینی	مقدار پیش‌بینی دبی (m ³ /s)	حد بالای پیش‌بینی
مهر (Oct)	0	0.1889	1.2455
آبان (Nov)	0	0.4727	1.6881
آذر (Dec)	0	0.6011	1.8634
دی (Jan)	0	0.5218	1.7989
بهمن (Feb)	0	0.6625	1.9444
اسفند (Mar)	0	0.5988	1.8822
فروردین (Apr)	0	0.5572	1.8411
اردیبهشت (May)	0	0.6586	1.9426
خرداد (Jun)	0	0.2478	1.5319
تیر (Jul)	0	0.1637	1.4478
مرداد (Aug)	0	0.6832	1.9674
شهریور (Sep)	0	0.1944	1.4785

در جدول فوق مقادیر پیش‌بینی منفی دبی برابر صفر در نظر گرفته شده است.

نتایج پیش‌بینی دبی متوسط ماهانه جریان رواناب و مقایسه آن با مقادیر واقعی و ارائه فواصل اطمینان در شکل ۶ آمده است.

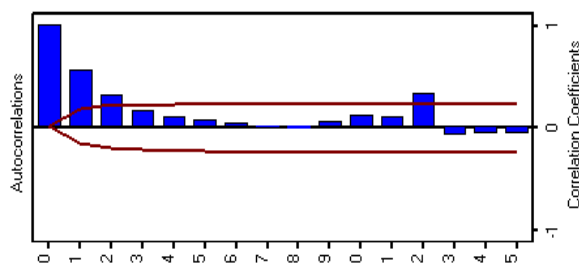
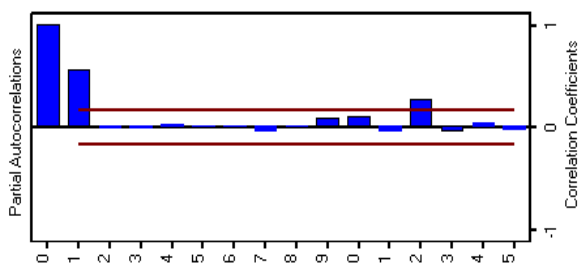
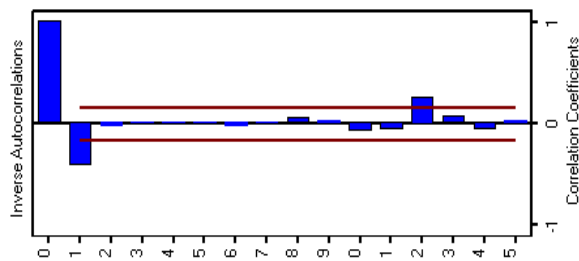
با توجه به شکل ۵ برای بدست آوردن کنترل نهایی در سیستم، داده‌های خروجی نیاز به برازش مدل $ARIMA(1,0,0)(1,1,1)_{12}$ داریم و مدل ارتباط خروجی به صورت معادله ذیل می‌باشد:

$$(22)$$

ضرایب پارامترهای مدل در جدول ۱ ارائه شده است:

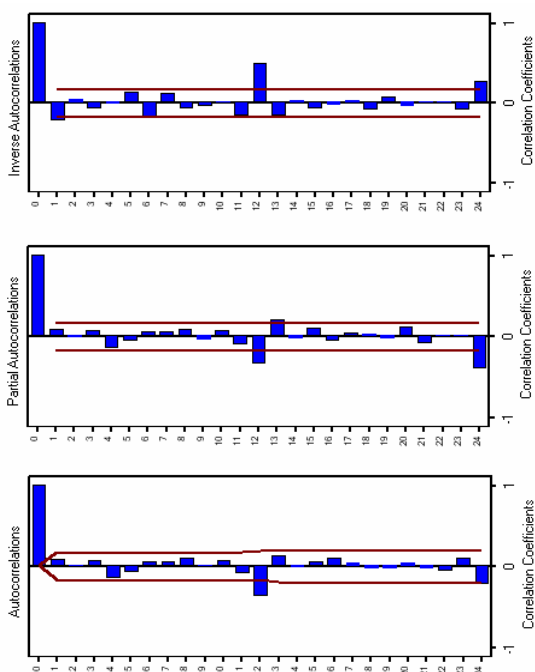
جدول ۱- ضرایب پارامترها

پارامترها	α	γ	β
ضرایب پارامترها	0.568	0.534	0.640



شکل ۵- نمودار خود همبستگی تفاضل فصلی داده‌های دبی ماهانه در حوضه مورد بررسی

بر اساس نمودارهای شکل ۵ از آنجا که دو ضریب معنی دار (خارج از حدود اطمینان $\pm 2/\sqrt{n}$) در نمودار خودهمبستگی در تاخیرهای یک و دو بعلاوه یک ضریب معنی‌دار در تاخیر ۱۲ مشاهده می‌شود همچنین مشاهده ضرایب معنی‌دار در تاخیرهای ۱ و ۱۲ در



شکل ۸ - نمودار خود همبستگی تفاضل فصلی داده‌های میانگین ماهانه باران در حوضه مورد بررسی

با توجه به شکل ۸ مدل مناسب جهت توصیف داده‌ها $ARIMA(1,0,0)(1,1,1)_{12}$ می‌باشد که مدل مربوط به ورودی به صورت زیر است:

$$(1 - \alpha B)(1 - \gamma B^{12})(1 - B^{12})y_t = (1 - \beta B^{24})e_t \quad (23)$$

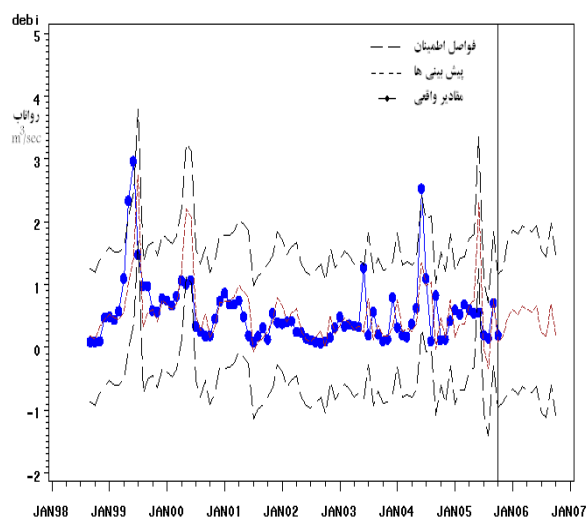
که در آن $e(t)$ مقدار خطا در سیستم است. ضرایب پارامترهای مدل در جدول ۴ ارائه شده است:

جدول ۴- ضرایب پارامترهای مدل مربوط به میانگین ماهانه بارندگی

پارامترها	α	γ	β
ضرایب پارامترها	0.1486	-0.6346	0.5931

جدول ۵ - محاسبه معیارهای ارزیابی خطا برای تعدادی از بهترین الگوهای منتخب بوسیله روش باکس و جنکینز

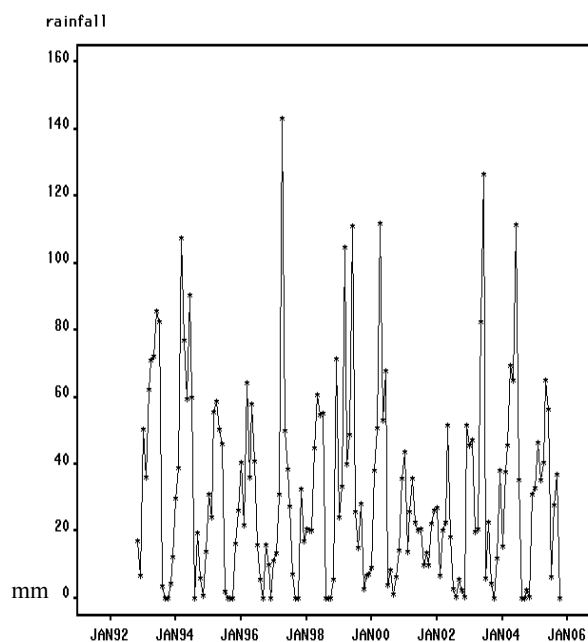
شماره الگو	الگوها	AIC	SBC	Root MSE
1	$ARIMA(1,0,0)(1,1,1)_{12}$	1317.238	1326.147	23.207
2	$ARIMA(1,0,1)(1,1,1)_{12}$	1319.124	1329.241	24.142
3	$ARIMA(1,0,1)(2,1,1)_{12}$	1321.365	1331.852	25.681



شکل ۶- نمودار سری زمانی رواناب جریان ماهانه در حوضه مورد بررسی

۸-۲- تجزیه و تحلیل میانگین بارندگی ماهانه

در ابتدا برای بررسی روند تغییرات میانگین بارندگی ماهانه نمودار سری زمانی آن شکل ۷ رسم شده است.



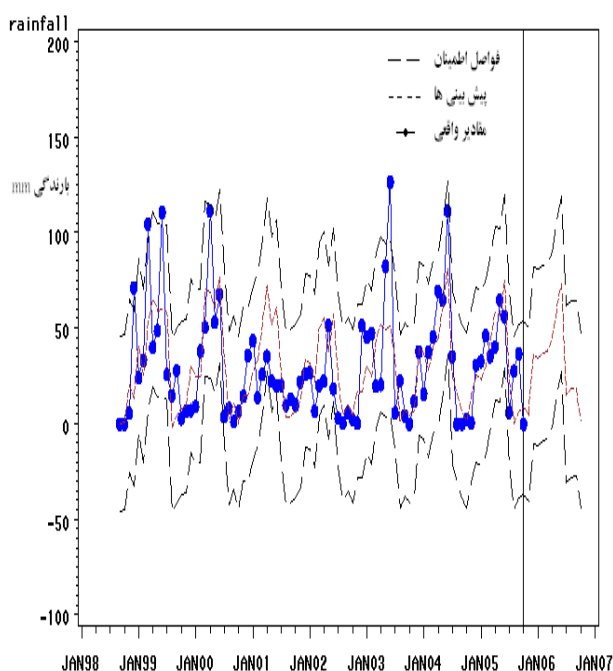
شکل ۷- نمودار سری زمانی میانگین بارندگی ماهانه بر حسب میلی‌متر در حوضه مورد بررسی

با توجه به شکل ۷ جهت حصول ایستایی از تفاضل‌گیری فصلی استفاده کرده و جهت تعیین مدل نمودارهای تشخیص را رسم می‌نمائیم.

$$\begin{bmatrix} X_{t+1|t+1} \\ Y_{t+1|t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.049219 & 4.312719 \\ -0.00075 & 0.579176 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{t+1|t+1} \\ Y_{t+1|t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ n_{t+1} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\text{var} \begin{bmatrix} e_{t+1} \\ n_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 799.681 & 5.99934 \\ 5.99934 & 0.27653 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_t \\ Y_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-B^{12})X_t - 28.6 \\ (1-B^{12})Y_t - 0.652 \end{bmatrix}$$



شکل ۹- نمودار سری زمانی میانگین بارندگی ماهانه مشاهده شده و مقادیر پیش‌بینی شده با فواصل اطمینان ۹۵٪ در حوضه مورد بررسی

جدول ۷ - محاسبه معیار اطلاع آکائیک برای تاخیرهای مختلف مدل فضای حالت جهت انتخاب مرتبه مدل بر اساس مدل فضای حالت

مقدار تاخیر	مقدار AIC
Lag=0	819.16
Lag=1	768.02
Lag=2	767.85
Lag=3	773.67
Lag=4	777.13
Lag=5	783.37
Lag=6	781.08
Lag=7	788.57

جهت حصول اطمینان از انتخاب بهترین مدل با مقایسه معیارهای ارزیابی خطا که در جدول ۵ ارائه شده است نتیجه می‌گیریم که مدل انتخابی مناسبترین مدل جهت توصیف داده‌ها می‌باشد.

پیش‌بینی متوسط ماهانه بارندگی برای ماههای باقیمانده ۲۰۰۵ و ماههای اولیه ۲۰۰۶ در جدول ۶ ارائه شده است:

جدول ۶- مقادیر پیش‌بینی شده بارندگی طی ۱۲ ماه آتی با

ماه	حد پایین پیش‌بینی	مقدار پیش‌بینی (mm)	حد بالای پیش‌بینی
مهر (Oct)	0	4.730	50.22
آبان (Nov)	0	35.68	81.67
آذر (Dec)	0	34.64	80.65
دی (Jan)	0	36.92	82.93
بهمن (Feb)	0	38.03	84.03
اسفند (Mar)	0	43.76	89.77
فروردین (Apr)	0	60.66	106.63
اردیبهشت (May)	0	72.78	118.77
خرداد (Jun)	0	15.27	61.26
تیر (Jul)	0	17.98	63.98
مرداد (Aug)	0	18.40	64.41
شهریور (Sep)	0	1.081	47.80

فاصله اطمینان ۹۵٪

(پیش‌بینی‌های منفی مساوی صفر قرار داده شده اند.) در شکل ۹ نمودار مقادیر مشاهده شده متوسط ماهانه بارندگی و پیش‌بینی انجام شدن و فواصل اطمینان آمده است.

۸-۳- تحلیل همزمان میانگین ماهانه بارندگی و رواناب

میانگین ماهانه بارندگی و رواناب (ورودی- خروجی) در قالب مدل فضای حالت عبارتست از:

$$Z_{t+1} = F Z_t + G e_{t+1} \quad (24)$$

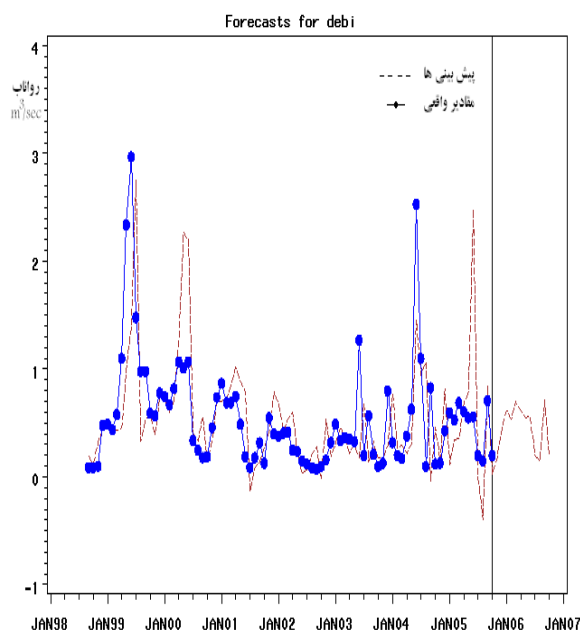
در آن $Z_t = \begin{bmatrix} X_{t/t} \\ Y_{t/t} \end{bmatrix}$ معرف بردارهای دو متغیر میانگین ماهانه بارندگی و دبی می‌باشد. بوسیله معیارهای اطلاع ارائه شده در جدول ۷ مدل مناسب فضای حالت عبارتست از:

791.50	Lag=8
--------	-------

مقادیر پیش‌بینی دو متغیر در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸- ارائه مقادیر پیش‌بینی شده میانگین ماهانه بارندگی و رواناب (سالهای ۲۰۰۵-۲۰۰۶) طی ۱۲ ماه آبی با فاصله اطمینان ۹۵٪

ماهها	پیش‌بینی بارندگی mm	پیش‌بینی دبی m ³ /sec
مهر (Oct)	۰.۷۲۱۰	۰.۱۷۸۰۵
آبان (Nov)	۳۱.۱۰۷	۰.۴۵۷۶۵
آذر (Dec)	۳۲.۴۸۱	۰.۶۱۵۸۵
دی (Jan)	۴۷.۲۷۹	۰.۵۳۹۰۸
بهمن (Feb)	۳۵.۴۴۸	۰.۶۹۵۲۰
اسفند (Mar)	۴۰.۳۳۵	۰.۶۱۲۹۸
فروردین (Apr)	۶۴.۸۸۲	۰.۵۵۱۷۱
اردیبهشت (May)	۵۶.۴۳۹	۰.۵۶۰۹۸
خرداد (Jun)	۶.۱۸۶	۰.۲۰۰۵۶
تیر (Jul)	۲۷.۶۸۵	۰.۱۵۰۳۲
مرداد (Aug)	۳۶.۷۵۷	۰.۷۱۰۱۸
شهریور (Sep)	۰.۰۰۱	۰.۲۰۰۱۱



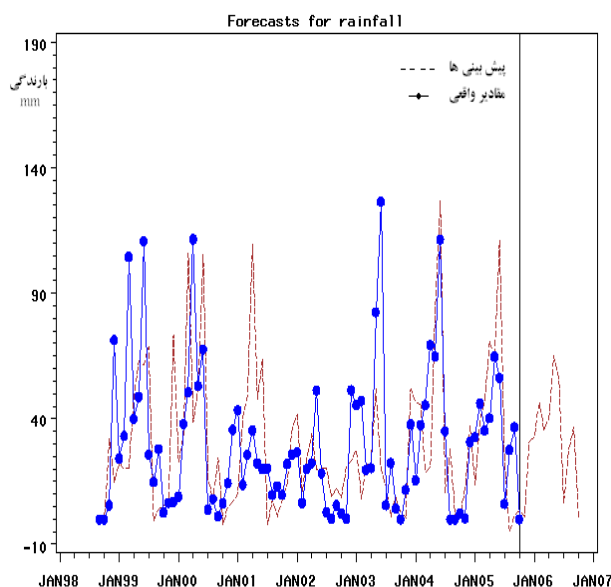
شکل ۱۱- نمودار سری زمانی میانگین ماهانه دبی جریان رواناب مشاهده شده و پیش‌بینی شده بر حسب متر مکعب بر ثانیه در حوضه مورد بررسی

۹- نتیجه‌گیری

الگوهای استوکستیک را می‌توان جهت مدل‌سازی سری‌های زمانی بارندگی- رواناب در مقاطع مختلف زمانی بکار برد. مقادیر پیش‌بینی شده ماهانه بارندگی و رواناب در ۶ ماه آخر سال ۲۰۰۵ و ۶ ماه اول سال ۲۰۰۶ براساس مدل‌ها انجام و ارائه شده است. این پیش‌بینی‌ها براساس آمار موجود حوضه آبریز و بارندگی ماهانه به mm از سال آبی ۶۵-۶۴ تا ۸۴-۸۳ بمدت ۱۹ سال و متوسط دبی ماهانه و سالانه رواناب به m³/sec بمدت ۱۹ سال انجام شده است. همانگونه که در جدول ۷ نشان داده شده است معیار اطلاع آکائیک برای تاخیرهای مختلف مدل فضای حالت تاخیر با دو گام زمانی را مناسبتر نشان می‌دهد. همچنین در جدول ۵ بهترین الگوی منتخب با روش باکس و جنکینز ARIMA(1,0,0)(1,1,1)₁₂ را جهت پیش‌بینی متوسط ماهانه بارندگی نشان می‌دهد. در جدول ۲ نیز ARIMA(1,0,0)(1,1,1)₁₂ مناسبترین مدل جهت پیش‌بینی دبی متوسط جریان مشخص می‌کند. روند نزولی بارندگی در این ارتباط با کاهش رواناب در پیش‌بینی انجام شده با مدل برازش شده باکس و جنکینز و مدل فضای حالت مشخص شده است. با توجه به مقادیر رواناب پیش‌بینی شده در سد کارده (شکل ۶) می‌توان حجم سد را در مقاطع زمانی مختلف برآورد نمود.

(پیش‌بینی‌های منفی مساوی صفر قرار داده شده‌اند)

نمودار مقایسه مقادیر مشاهده شده متوسط ماهانه بارندگی و پیش‌بینی مدل در شکل ۱۰ و نمودار مقادیر متوسط ماهانه دبی جریان مشاهده شده و مقادیر پیش‌بینی شده در شکل ۱۱ ارائه شده است.



شکل ۱۰- نمودار سری زمانی میانگین ماهانه بارندگی مشاهده شده و پیش‌بینی شده بر حسب میلی‌متر در حوضه مورد بررسی

Katsuhiko, O. (1976), "Modern control analysis", Tata Mac Graw Hill.

Kartvishvili, N.A. (1985), "Theory of Stochastic Numerical Methods for Digital Computation", Gidrometeorologicheskoe izdatel'stvo Leningrad.

Kushner, H.J. (1979), "Analysis of non linear Stochastic Systems with Wide Band Inputs", *IEEE Transaction on Automatic control*, pp.1072-1077.

Muzik (1974), "State Space Model", *Journal of Hydrology*, Vol 22, NR-314, pp.347-364.

Sinha, N.K. Kumar, A. (1973), "Modeling and identification of Stochastic System", Indian Institute of Technology, New Delhi.

Sinha, U. N. (1976), "Flood forecasting in India", a mathematical modeling for simulation and solution of water resources problem, *proc. Symposium Bihar college of engineering, patna*. pp.15-17.

Shibata, R. (1976), "Selection of the order of an autoregressive Model" *AIC. Biometrika Vol, 63*, pp.117-126.

Singh, V.P. and Woolhiser, D.A. (2002), "mathematical modeling of watershed hydrology", *journal of hydrologic engineering* 7, . pp. 270-292.

Todini, E. (1978), "using a desk-top computer for an on line flood warning system IBM", *journal of Research and Development*, 22. . pp.464-471.

Wei, W. (1990), "Time series analysis, univariate and multivariate methods", Addison-Wesely, Massachusetts.

Zollosi, S. and Nagy, S. (1976), "An adaptive identification and prediction algorithm for real time forecasting of hydrological time series", *Hydrological Science Bulletin*, 21, . pp.163-176.

بدین ترتیب می‌شود از الگوهای مشخص شده در حوضه‌های آبریز مشابه، جهت پیش‌بینی بارندگی و رواناب در تحقیقات آینده استفاده کرد.

پی‌نوشت‌ها

- 1-State Space Modeling
- 2- FIR- Finite Impulse Response
- 3- ESO- Explicit Stochastic Optimization
- 4- ISO- Implicit Stochastic Optimization
- 5- ARIMA- Autoregressive Integrated Moving Average
- 6-AIC-Akaike Information Criterion
- 7- SBC-Sehwartz Bayesian Criterion
- 8- Root MSE- Root mean Square Error

۸- مراجع

بزرگ‌نیا، ا. (۱۳۶۶)، تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی (ترجمه)، انتشارات آستان قدس رضوی.

نیرومند، ح. و بزرگ‌نیا، ا. (۱۳۷۲)، مقدمه‌ای بر تحلیل سری‌های زمانی (ترجمه)، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد.

Brockwell Peter, j. and Richard, A. D. (1998), "Introduction to time series and forecasting", *Springer Pub*, pp.251-303.

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1976), "time series Analysis: Forecasting and Control", Revised Edition, Holden- Day, San Francisco.

Kumar, A. (1978), "Comments on Forecasting Model", *Water Resources Research*.

Kashyap, R.L. and Rao, A.R. (1975), "Dynamic Stochastic Models Through Empirical Data", Academic press, New York.