

## Numerical Simulation of Unsteady Dam Break Flow Using Weighted Average Flux Scheme

A. Mahdavi<sup>1\*</sup> and G. R. Rakhshandehroo<sup>2</sup>

### Abstract

Dam break wave is a phenomenon resulting from sudden release of water in a channel. Aiming at a numerical study on such waves, this paper presents a finite volume model based on shallow water equations which utilizes the Weighted Average Flux (WAF) scheme to estimate inter-cell numerical fluxes. The model has a shock capturing feature, and requires no special treatment to handle waves propagating over dry beds. Different stages of wave propagation were analyzed by offering free surface profiles for the cases studied. Furthermore, several computational tests, including comparison with the existing analytical solution as well as experimental data, are provided to confirm the performance of the model in simulating unsteady flow due to the dam break.

**Keywords:** Numerical simulation, Dam break, Shallow water equations, Shock capturing feature, Weighted average flux.

Received: November 14, 2010

Accepted: May 23, 2012

## شبیه سازی عددی جریان ناماندگار ناشی از شکست سد به کمک الگوی شار متوسط وزن دار

علی مهدوی<sup>۱\*</sup> و غلامرضا رخشنده‌رو<sup>۲</sup>

### چکیده

موج ناشی از شکست سد پدیده‌ای است که در اثر رها شدن ناگهانی آب در یک آبراهه بوجود می‌آید. با هدف بررسی این موضوع از دیدگاهی عددی، در نوشتار پیش روی یک مدل حجم محدود مبتنی بر معادلات آب کم عمق ارائه می‌گردد که در آن از الگوی عددی شار متوسط وزن دار برای تخمین شار بین سلولی استفاده شده است. این الگوی عددی دارای خاصیت تسخیر شوک بوده و برای شبیه سازی انتشار امواج بر روی بستر خشک به تمهید خاصی نیاز ندارد. با ارائه نیمرخ سطح آزاد جریان برای حالات مورد مطالعه، مراحل مختلف انتشار امواج مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت. همچنین با طرح چندین آزمون محاسباتی و مقایسه نتایج عددی با حل تحلیلی و یا داده‌های موجود آزمایشگاهی، کارایی مدل ارائه شده در شبیه سازی جریان ناماندگار ناشی از شکست سد به اثبات رسید.

**کلمات کلیدی:** شبیه‌سازی عددی، شکست سد، معادلات آب کم عمق، خاصیت تسخیر شوک، شار متوسط وزن‌دار.

تاریخ دریافت مقاله: ۲۳ آبان ۱۳۸۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۳ خرداد ۱۳۹۱

1- Ph.D. candidate, Department of Civil and Environmental Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran. Email: mahdavi@shirazu.ac.ir

2- Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran. Email: rakhshan@shirazu.ac.ir

\*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری، بخش مهندسی راه، ساختمان و محیط زیست، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز

۲- استاد، بخش مهندسی راه، ساختمان و محیط زیست، دانشکده مهندسی، دانشگاه شیراز

\*- نویسنده مسئول

## ۱- مقدمه

بررسی امواج ناشی از شکست سد از دیر باز به عنوان یکی از مسائل پر اهمیت و کاربردی در مهندسی هیدرولیک مطرح بوده است. این رویکرد تا حدودی به این دلیل است که شکست سد در دهه‌های پیشین با ایجاد فجایی وحشتناک مسبب آسیب‌های جانی، تخریب زیر ساخت‌ها و از دست رفتن سرمایه‌های ملی در مناطق مختلف دنیا گردیده است. از سوی دیگر تعیین ارتفاع امواج حاصل از شکست سد در نقاط مختلف در طول مسیر انتشار، اطلاعات مهمی را جهت طراحی ارتفاع کناره آبراهه فراهم می‌سازد.

نگاهی گذرا به متون علمی موجود نشان می‌دهد که معادلات آب کم عمق<sup>۱</sup> به عنوان ابزاری رایج جهت مدل سازی جریان‌های ناماندگار با سطح آزاد نظیر امواج ناشی از شکست سد بکار می‌روند. چالش برانگیزترین ویژگی این معادلات این است که حل آنها حتی در حالتی که شرایط اولیه هموار هستند، می‌تواند به جواب‌هایی ناپیوسته در زمان محدود منجر شود. چنین رفتاری لزوم برخورداری الگوی حل از قابلیت تسخیر شوک<sup>۲</sup> را پر رنگ می‌سازد. خصلت غیر خطی معادلات آب کم عمق سبب می‌شود که حل تحلیلی آن تنها به تعدادی حالت خاص محدود گردد. بنابراین برای حل مسائل کاربردی که در آنها ناپیوستگی در حل وجود دارد، بایستی از روش‌های عددی استفاده نمود (Zoppou and Roberts, 2003).

تاکنون الگوهای متعددی برای حل عددی معادلات آب کم عمق و بررسی مسئله شکست سد طراحی و به کار گرفته شده‌اند. (Aureli et al. 2000) علاوه بر ارائه نتایج آزمایشگاهی شکست سد، بر مبنای روش تسخیر شوک McCormak به توسعه‌ی یک مدل عددی برای حل معادلات آب کم عمق پرداختند. در مدل ارائه شده توسط این محققین پیشبرد حل در قالب یک الگوی تفاضل محدود صریح از نوع پیش بینی کننده-تصحیح گر<sup>۳</sup> صورت پذیرفته که در آن برای ایجاد قابلیت تسخیر شوک و جلوگیری از بروز نوسان‌های غیرفیزیکی در نزدیکی ناپیوستگی‌های جریان از عبارت اتلاف مصنوعی<sup>۴</sup> استفاده شده است. این عبارت در قلب خود از پارامتری بهره می‌برد که برای تعیین آن به واسنجی<sup>۵</sup> مدل نیاز است. این محققین ضمن مقایسه نتایج مدل خود با داده‌های آزمایشگاهی به تطابق رضایت بخش دست یافتند. حل عددی معادلات آب کم عمق و بررسی مسائلی نظیر باز یا بسته کردن ناگهانی دریچه در آبراهه و شکست سد موضوع مطالعه (Hsu and Yeh 2002) بود. روش تفاضل محدود این محققین از یک الگوی تکرار کننده<sup>۶</sup> مبتنی بر شکل مشخصاتی معادلات سود می‌برد که در آن شرایط مرزی نیز

در شکل مشخصاتی خود مد نظر قرار می‌گیرند. چنین الگویی علاوه بر پیچیدگی در پیاده‌سازی رایانه‌ای به پارامترهایی نیاز دارد که تعیین آنها مستلزم واسنجی نتایج با حل تحلیلی می‌باشد. با این وجود به محض واسنجی پارامترهای مذکور، الگوی عددی توانایی شبیه‌سازی شکست سد بر روی بستر شیب دار دارای اصطکاک را پیدا می‌کند.

الگوهای عددی در حل دسته‌ای از مسائل شکست سد که در آنها عمق آب بالادست (مخزن) نسبت به عمق آب پایین دست قابل توجه است، با چالش‌هایی بزرگ مواجه می‌شوند. چنانچه در یک آبراهه افقی و بدون اصطکاک نسبت عمق پایین دست سد به عمق بالادست آن کمتر از ۰/۱۳۸ باشد، جریان‌های زیر بحرانی و فوق بحرانی به صورت همزمان بوجود می‌آیند (Henderson, 1966) که این موضوع شبیه سازی عددی جریان را با مشکل روبرو می‌سازد. تحت چنین شرایطی امکان دارد که جبهه موج ناشی از شکست سد به لحاظ شکل، عمق و سرعت انتشار، اختلافی فاحش با حل تحلیلی پیدا نماید (Hsu and Yeh, 2002).

از دیگر مسائل چالش برانگیز در حوزه حل مسائل شکست سد، وجود بستر خشک در ابتدا یا خلال محاسبات است. چنین شرایطی سبب می‌شود شبیه سازی جریان به حل یک مسئله با ناحیه حل متغیر با زمان منتهی گردد که در آن مرز متحرک (زبان موج) بر روی بستری خشک انتشار می‌یابد. نظیر این مسئله در مطالعات هیدرودینامیک سواحل هنگام شبیه سازی بالاروی امواج منفرد<sup>۷</sup> بر روی ساحل خشک نیز موضوعیت پیدا می‌کند که به عنوان نمونه به مطالعه (Mahdavi and Talebbeydokhti 2009) می‌توان اشاره نمود.

یک راه حل ساده و مرسوم برای گنجاندن بستر خشک در مدل عددی مبتنی بر معادلات آب کم عمق و جلوگیری از بروز عمق منفی جریان در دامنه حل، اختصاص لایه‌ای نازک از سیال در نقاط خشک دامنه محاسباتی است (Macchione and Morelli, 2003; Wang et al. 2000; Bellos and Sakkas, 1987). عمق این لایه نازک به عنوان آستانه‌ای جهت تعیین تر یا خشک بودن بستر بکار می‌رود به نحوی که در خلال محاسبات چنانچه سلول محاسباتی عمقی کمتر از مقدار آستانه پیدا کند، به عنوان سلول خشک قلمداد شده و به آن سرعتی برابر با صفر اختصاص می‌یابد در غیر این صورت سلول محاسباتی تر محسوب می‌شود. تحت چنین شرایطی مرز متحرک به عنوان خط جدا کننده سلول‌های تر از خشک قابل تعریف است. دیدگاهی متفاوت در برخورد با بستر خشک و حل مسئله با مرز متحرک استفاده از رهیافت نگاشت به فضای محاسباتی است (Li and Raichlen, 2002). بر مبنای این روش

معادلات آب کم عمق به همراه شرایط مرزی آن به کمک یک تبدیل (نگاشت) با دیدگاه لاگرانژی- اوپلری به فضای مختصات جدیدی انتقال می‌یابند به نحویکه در مختصات جدید، موقعیت مرز متحرک با زمان تغییر نموده و در نتیجه دامنه فیزیکی متغیر با زمان به دامنه‌ای محاسباتی با طول ثابت تبدیل می‌شود. بر این اساس لازم است پس از حل معادلات در فضای محاسباتی جواب‌ها به کمک وارون تبدیل به فضای فیزیکی نگاشت گردند. به هر روی اعمال چنین تبدیلی در عوض ایجاد ناحیه حل غیر زمانمند با ایجاد عبارات‌های غیرخطی جدید در معادلات آب کم عمق، پیچیده شدن محاسبات را به همراه دارد. (Zhou et al. (2004 با چنین رهیافتی به حل معادلات تبدیل یافته به کمک یک روش بدون شبکه<sup>۸</sup> پرداختند و ضمن استفاده از مدل پیشنهادی خود برای شبیه سازی شکست سد بر روی بستر خشک، جواب‌هایی رضایت بخش در مقایسه با حل تحلیلی گزارش نمودند. با این وجود مدل این محققین قابلیت تسخیر شوک را ندارد.

در مقاله حاضر الگوی کلاسیک حجم محدود موسوم به شار متوسط وزن دار (WAF)<sup>۹</sup> جهت حل معادلات یک بعدی آب کم عمق در قالب یک مسئله مقدار اولیه<sup>۱۰</sup> به خدمت گرفته می‌شود. معادلات حاکم، با در نظر گرفتن عبارت چشمه<sup>۱۱</sup> که در برگرنده اثرات توپوگرافی بستر و اصطکاک جریان است، از نوع غیر همگن می‌باشند که در فرایند حل، ابتدا به دستگاهی متشکل از یک معادله همگن و دو معادله دیفرانسیل معمولی شامل عبارت چشمه تفکیک می‌گردند. حل دستگاه حاصله در الگویی متوالی، مقادیر متغیرهای جریان را در گام جدید زمانی به دست می‌دهد. الگوی عددی WAF بدون نیاز به هرگونه پارامتر اضافی نظیر لزجت مصنوعی (که معمولاً تعیین آن مستلزم واسنجی مدل است) دارای خاصیت تسخیر شوک بوده و نشان داده خواهد شد که در نواحی با گرادینان زیاد جریان نظیر جبهه موج اُشترک<sup>۱۲</sup> ناشی از شکست سد، جواب‌هایی عاری از هرگونه نوسان غیرفیزیکی را می‌سازد. افزون بر این مدل ارائه شده قابلیت شبیه سازی جریان بر روی بستر خشک، ناهموار و دارای اصطکاک را داراست. نتایج مدل علاوه بر حل تحلیلی با داده‌های موجود آزمایشگاهی از قبیل تغییرات زمانی عمق و سرعت جریان مقایسه می‌گردند.

## ۲- معادلات حاکم

همانطور که در قسمت پیشین اشاره شد، در این مطالعه از معادلات آب کم عمق به عنوان مدل ریاضی حاکم بر جریان ناماندگار ناشی از شکست سد استفاده شده است. این معادلات از انتگرال گیری اصول

بقای جرم و بقای اندازه حرکت (معادلات ناویر- استوکس) در راستای عمق جریان حاصل می‌گردند. فرایند استخراج معادلات آب کم عمق بر فرضیاتی استوار است که از آن جمله می‌توان به بزرگتر بودن مقیاس افقی جریان نسبت به مقیاس عمودی آن اشاره نمود. همچنین توزیع فشار هیدرواستاتیک و چشم پوشی از شتاب عمودی جریان از اصول حاکم بر این معادلات به شمار می‌روند. معادلات آب کم عمق برای جریان یک بعدی در شکل برداری را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{V})}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{V}) \quad (1)$$

رابطه فوق مبین دستگاهی از معادلات غیرخطی هذلولوی در حالت پایستار<sup>۱۳</sup> بوده که در آن  $\mathbf{V}$  بردار متغیرهای پایستار،  $\mathbf{F}(\mathbf{V})$  بردار شار<sup>۱۴</sup> و  $\mathbf{S}(\mathbf{V})$  عبارت چشمه نامیده می‌شوند:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} h \\ hu \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{V}) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{V}) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(S_o - S_f) \end{bmatrix}.$$

در روابط فوق  $g$  شتاب گرانش،  $x$  مختصات افقی،  $t$  زمان،  $h = h(x, t)$  عمق آب،  $u = u(x, t)$  سرعت افقی متوسط گیری شده در عمق و  $S_o$  و  $S_f$  به ترتیب شیب بستر و شیب اصطکاک می‌باشند که با روابط زیر نشان داده می‌شوند:

$$S_o = -\frac{dB}{dx}, \quad S_f = \frac{n^2 u |u|}{h^{4/3}} \quad (3)$$

که در آن  $n$  ضریب زبری مانینگ و  $B$  تراز بستر است. برای پیشبرد الگوی عددی ابتدا لازم است معادلات آب کم عمق گسسته سازی شوند. معادله (۱) پس از انتگرال گیری در حجم کنترل به صورت زیر گسسته می‌گردد:

$$\frac{\mathbf{V}_i^{n+1} - \mathbf{V}_i^n}{\Delta t} = -\frac{\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}}{\Delta x} + \mathbf{S}_i \quad (4)$$

در رابطه فوق  $\Delta x$  اندازه سلول محاسباتی و  $\Delta t$  گام زمانی می‌باشد. ابعاد حجم کنترل مذکور در فضای  $x-t$  برابر است با  $\Delta x \times \Delta t$ . در رابطه (۴)، پایین نوشت  $i$  معرف مرکز سلول محاسباتی (گره)  $i$  واقع در  $x = x_i$  و بالانوشته‌های  $n$  و  $n+1$  به ترتیب نشان‌دهنده گام‌های زمانی معلوم و مجهول می‌باشند.  $\mathbf{F}_{i+1/2}$  و  $\mathbf{F}_{i-1/2}$  نیز که به شارهای بین سلولی موسومند، به ترتیب به شار عددی در نقاط  $x = x_{i+1/2}$  (مرز بین سلول‌های  $i$  و  $i+1$ ) و  $x = x_{i-1/2}$  (مرز بین سلول‌های  $i-1$  و  $i$ ) اشاره می‌نمایند. با اتخاذ یک الگوی صریح برای حل معادلات حاکم، شار

عددی تابعی از مقادیر متغیرهای جریان در گام زمانی معلوم خواهد بود. جزئیات تخمین شار عددی در قسمت بعد به تفصیل بیان می‌گردد.

### ۳- الگوی شار متوسط وزن دار برای تخمین شار عددی

روش‌های Godunov، به عنوان یکی از مهمترین زیر مجموعه‌های روش حجم محدود، به حل مسئله Riemann در مرز هر سلول پرداخته و از جهات انتشار موج برای تخمین شار بین سلولی بهره می‌برند. در این مطالعه برای تخمین شار عددی از الگوی شار متوسط وزن دار (WAF) که روشی از نوع Godunov بوده و یک حل گر تقریبی مسئله Riemann به شمار می‌رود، استفاده گردیده است. بر اساس این الگو، شار عددی در مرز هر سلول به صورت ترکیبی وزن دار از شارهای مرکزی سلول‌های مجاور مرز و شار در ناحیه میانی موسوم به ناحیه ستاره تخمین زده می‌شود. بر همین مبنا برای ساختاری شبیه به آنچه در شکل ۱ نشان داده شده است، شار در مرز  $i + 1/2$  به صورت زیر تخمین زده می‌شود (Toro, 2001):

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \text{sign}(c_k) \phi_{i+1/2}^{(k)} \Delta \mathbf{F}_{i+1/2}^{(k)} \quad (5)$$

که در آن  $N$  تعداد معادلات پایستار (برای دستگاه معادلات یک بعدی آب کم عمق:  $N=2$ )،  $c_k = \Delta t S_k / \Delta x$ ، عدد کورانت موج  $k$  ( $S_k$  سرعت موج  $k$ )،  $\text{sign}()$  تابع علامت و  $\Delta \mathbf{F}_{i+1/2}^{(k)} = \mathbf{F}_{i+1/2}^{(k+1)} - \mathbf{F}_{i+1/2}^{(k)}$  پرش در شار عددی می‌باشد. از این پس پایین نوشت‌های  $R$  و  $L$  به ترتیب به سمت راست و چپ مرز  $i + 1/2$  اشاره می‌کنند. ( $\mathbf{F}_{i+1/2}^{(1)} = \mathbf{F}(\mathbf{V}_L)$ )، شار  $\mathbf{F}(\mathbf{V}^*)$  ( $\mathbf{V}_R = \mathbf{V}_{i+1}$ ،  $\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_i$ ،  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{(3)} = \mathbf{F}(\mathbf{V}_R)$ ،  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{(2)} = \mathbf{F}(\mathbf{V}^*)$ ) که به شار ناحیه ستاره<sup>۱۵</sup> موسوم است، به کمک یک حل گر تقریبی ریمان تخمین زده می‌شود. این موضوع در سطور پیش روی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. در رابطه (۵)،  $\phi_{i+1/2}^{(k)}$  تابع محدود کننده شار جهت اعمال شرط تغییرات کلی از بین رونده (TVD)<sup>۱۶</sup> می‌باشد که با اعمال مقدار مناسب استهلاک عددی به الگوی WAF، جوابی عاری از هر گونه نوسان غیرفیزیکی در نزدیکی نواحی ناپیوسته جریان را تضمین می‌نماید. در مطالعه حاضر از محدود کننده شار موسوم به van Albada استفاده شده است (Toro, 2001).

(۶)

$$\phi_{i+1/2}^{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{for } r^{(k)} \leq 0, \\ 1 - \frac{(1 - |c_k|) r^{(k)} (1 + r^{(k)})}{1 + (r^{(k)})^2} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

که در آن:

$$r^{(k)} = \begin{cases} \frac{\Delta h_{i-1/2}^{(k)}}{\Delta h_{i+1/2}^{(k)}} & \text{for } c_k > 0, \\ \frac{\Delta h_{i+3/2}^{(k)}}{\Delta h_{i+1/2}^{(k)}} & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

در رابطه فوق،  $\Delta h_{i+\alpha}^{(k)} (\alpha = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  پرش در متغیر  $h$  در خلال موج  $k$  می‌باشد. شار عددی در ناحیه ستاره با استفاده از حل گر تقریبی Riemann از نوع (HLL)<sup>۱۷</sup> با توجه به شارهای چپ و راست مرز و سرعت امواج به صورت زیر تخمین زده می‌شود.

$$\mathbf{F}(\mathbf{V}^*) = \frac{S_R \mathbf{F}(\mathbf{V}_L) - S_L \mathbf{F}(\mathbf{V}_R) + S_R S_L (\mathbf{V}_R - \mathbf{V}_L)}{S_R - S_L}$$

که در آن  $S_L$  و  $S_R$  به ترتیب به سرعت موج در سمت چپ و راست مرز  $i + 1/2$  اشاره می‌کنند (شکل ۱). با پیروی از روش Toro (1992) برای تخمین این سرعت‌ها از روابط زیر استفاده می‌شود:

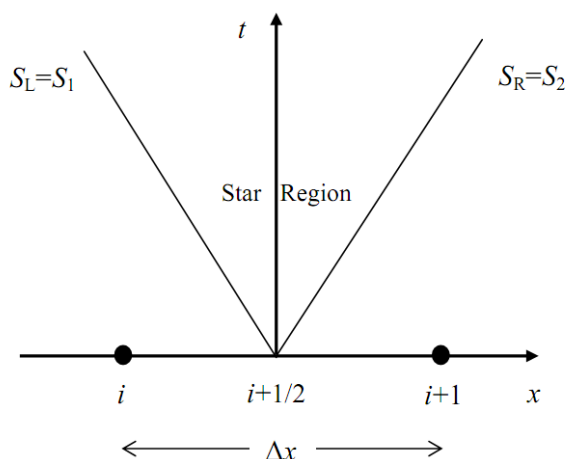
$$S_R = \max(u_R + \sqrt{gh_R}, u^* + \sqrt{gh^*}) \quad (9)$$

$$S_L = \min(u_L - \sqrt{gh_L}, u^* - \sqrt{gh^*})$$

در عبارات فوق  $h^*$  و  $u^*$  به ترتیب مقادیر عمق و سرعت جریان در ناحیه ستاره می‌باشند.

$$h^* = \frac{1}{g} \left[ \frac{1}{2} (\sqrt{gh_L} + \sqrt{gh_R}) + \frac{1}{4} (u_L - u_R) \right]^2 \quad (10)$$

$$u^* = \frac{1}{2} (u_L + u_R) + \sqrt{gh_L} - \sqrt{gh_R}$$



شکل ۱- ساختار الگوی WAF برای حل معادلات یک بعدی آب کم عمق

چپ رابطه فوق، بیانگر ماتریس ژاکوبین بردار چشمه می‌باشد که به طریق زیر محاسبه می‌گردد:

$$(14) \quad \left( \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \right)_i^n = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g \left( S_o + \frac{7 n^2 u |u|}{3 h^{4/3}} \right)_i^n & -2g \left( \frac{n^2 |u|}{h^{4/3}} \right)_i^n \end{bmatrix}$$

با توجه به صریح بودن الگوی WAF، پایداری محاسبات با اعمال معیار کورانت-فردریش-لویی (CFL) حاصل می‌شود:

$$(15) \quad \Delta t = C_n \min_i \frac{\Delta x}{|u_i| + \sqrt{gh_i}}, \quad 0 < C_n \leq 1$$

که در آن  $C_n$  عدد کورانت می‌باشد.

### ۵- شرایط مرزی

اعمال صحیح شرایط مرزی در مدل عددی از ارکان اصلی حل معادلات آب کم عمق محسوب می‌شود، به طوری که عدم دقت در تعریف شرایط مرزی ممکن است سبب انتشار خطای محاسباتی از مرزها به درون ناحیه حل گشته و بدین طریق مانع دستیابی به جواب صحیح مسئله گردد. در شبیه‌سازی فرایند شکست سد در این مطالعه، مرزها از نوع غیر بازتابی، دیواره نفوذ ناپذیر (بازتابی) و یا سرریز لبه پهن در انتهای آبراهه می‌باشند، که در ادامه به چگونگی پیاده سازی آنها در مدل عددی پرداخته می‌شود.

### ۵-۱- مرز غیر بازتابی

شرط مرزی غیر بازتابی که خروج بدون بازتابش موج از دامنه محاسباتی را میسر می‌سازد، با افزودن گره‌های موهومی<sup>۱۸</sup> به دامنه محاسباتی اعمال می‌گردد. اگر آخرین گره محاسباتی با پایین نوشت  $M$  نشان داده شود، گره‌های موهومی مجاور گره مذکور که خارج از دامنه محاسباتی قرار دارند با پایین نوشت‌های  $M+1$  و  $M+2$  مشخص می‌گردند. تحت چنین شرایطی برای مرز غیر بازتابی در سمت راست مدل می‌توان نوشت:

$$(16) \quad (hu)_{M+1} = (hu)_M, \quad h_{M+1} = h_M$$

$$(hu)_{M+2} = (hu)_M, \quad h_{M+2} = h_M$$

به طور مشابه چنانچه پیاده سازی مرز غیر بازتابی در انتهای سمت چپ مدل مد نظر باشد، از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$(17) \quad (hu)_0 = (hu)_1, \quad h_0 = h_1$$

$$(hu)_{-1} = (hu)_1, \quad h_{-1} = h_1$$

که در آن پایین نوشت 1 نشانگر اولین گره محاسباتی در دامنه حل بوده و پایین نوشت‌های 0 و -1 به گره‌های موهومی اضافه شده

محاسبه سرعت موج به کمک رابطه (۱۰) تنها در مواردی مجاز است که سراسر ناحیه حل از آب پوشیده شده باشد. در مواقعی که قسمت‌هایی از ناحیه حل در ابتدا یا در خلال محاسبات وضعیت بستر خشک را تجربه می‌کند، از روابط زیر استفاده می‌شود (Toro, 1992):

$$(11) \quad \begin{cases} S_L = u_L - \sqrt{gh_L} \\ S_R = u_L + 2\sqrt{gh_L} \end{cases} \text{ (right dry bed)} \\ \begin{cases} S_L = u_R - 2\sqrt{gh_R} \\ S_R = u_R + \sqrt{gh_R} \end{cases} \text{ (left dry bed)}$$

عبارات فوق در واقع از حل دقیق مسئله ریمان در حالت بستر خشک حاصل شده‌اند.

اخیراً (Mahdavi and Talebbeydokhti (2011) با استفاده از این روش به شبیه سازی مرز متحرک خط ساحلی و مطالعه پدیده‌های انتشار و بالاروی امواج منفرد مبادرت نمودند.

### ۴- پیاده سازی عبارت چشمه و معیار پایداری

با پیروی از روش (Toro (2001) برای در نظر گرفتن عبارت چشمه، دستگاه معادلات زیر که متشکل از سه معادله مقدار اولیه است در هر گام زمانی حل می‌گردد

$$(12-الف) \quad \left. \begin{array}{l} \text{ODEs: } \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{S}(\mathbf{V}) \\ \text{ICs: } \mathbf{V}^n \end{array} \right\} \xrightarrow{\Delta t'} \mathbf{V}^{(1)}$$

$$(12-ب) \quad \left. \begin{array}{l} \text{PDEs: } \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{0} \\ \text{ICs: } \mathbf{V}^{(1)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\Delta t} \mathbf{V}^{(2)}$$

$$(12-ج) \quad \left. \begin{array}{l} \text{ODEs: } \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{S}(\mathbf{V}) \\ \text{ICs: } \mathbf{V}^{(2)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\Delta t'} \mathbf{V}^{n+1}$$

که در آن  $\Delta t' = \Delta t / 2$  می‌باشد. در مقاله حاضر از الگوی انتگرال‌گیری ذوزنقه‌ای برای حل معادلات شامل عبارت چشمه (۱۲-الف و ج) استفاده گردیده است. این الگوی ضمنی دارای دقتی از مرتبه دو بوده و برای معادله (۱۲-الف) با رابطه زیر داده می‌شود:

$$(13) \quad \left[ \mathbf{I} - \frac{\Delta t'}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} \right)_i^n \right] \Delta \mathbf{V}_i = \Delta t' \mathbf{S}(\mathbf{V}_i^n)$$

که در آن  $\mathbf{I}$  ماتریس واحد بوده و  $\Delta \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_i^{(1)} - \mathbf{V}_i^n$  معرف پرش در متغیرهای پایستار می‌باشد. عبارت  $\partial \mathbf{S}(\mathbf{V}) / \partial \mathbf{V}$  در سمت

در سمت چپ مدل اشاره می‌نمایند. روابط فوق بیان می‌کنند که عمق و سرعت جریان نیابستی در راستای عمود بر مرز غیر بازتابی تغییر نمایند.

### ۵-۲- مرز بازتابی

برای اعمال شرط مرزی بازتابی که بیانگر یک دیواره نفوذ ناپذیر است، از روابط زیر استفاده می‌گردد:

$$(hu)_0 = -(hu)_1, \quad h_0 = h_1 \quad (18)$$

$$(hu)_{-1} = -(hu)_1, \quad h_{-1} = h_1$$

رابطه فوق برای شبیه سازی دیواره نفوذ ناپذیر در سمت چپ دامنه محاسباتی قابل کاربرد است که در آن متغیرها تعریفی مشابه با مرز غیر بازتابی دارند. وجود علامت منفی در معادله (۱۸) از تغییر علامت سرعت جریان حکایت می‌کند به نحوی که سرعت جریان در مرز جامد همواره برابر با صفر خواهد بود. این امر متضمن عدم عبور جریان از دیواره است.

### ۵-۳- شرط مرزی سرریز لبه پهن

برای پیاده سازی صحیح شرط مرزی سرریز لبه پهن در انتهای مدل لازم است در هر گام زمانی رخداد و یا عدم رخداد روگذری از سرریز بررسی گردد. چنانچه عمق جریان در آخرین گره محاسباتی از ارتفاع سرریز بیشتر باشد، روگذری از سرریز اتفاق می‌افتد و رابطه دبی-هد سرریز به عنوان مبنای اعمال شرط مرزی در نظر گرفته می‌شود:

$$(hu)_M = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3} g (h_M - \Delta z)^3} \quad (19)$$

که در آن  $\Delta z$  ارتفاع سرریز نسبت به بستر آبراهه است و سایر پارامترها نیز تعریفی مشابه با قبل دارند. در بدست آوردن رابطه فوق از هد سرعت جریان نزدیک شونده<sup>۹</sup> به سرریز در مقابل عمق آب صرفنظر شده است. در حالتی که عمق آب در آخرین گره محاسباتی کمتر از ارتفاع سرریز باشد، سرریز مانند دیواره عمل نموده و بنابراین شرط مرزی بازتابی (مشابه با معادله ۱۸) در مدل عددی اعمال می‌گردد.

### ۶- نتایج و بحث

#### ۶-۱- شکست ایده آل سد بر روی بستر افقی

به عنوان اولین آزمون محاسباتی مدل حاضر جهت شبیه سازی انتشار امواج ناشی از شکست سد بر روی بستر افقی و بدون اصطکاک (شکست ایده آل) بکار می‌رود. در این مثال، کانالی به طول 1000m به وسیله سدی که در وسط آن قرار دارد به دو

قسمت مجزا تقسیم می‌شود: مخزنی از آب به عمق  $h_0 = 10m$  در بالادست سد و آبی به عمق  $h_1 = 1m$  در پایین دست آن (شکل ۲). پیکره آب در دو قسمت مذکور به صورت ساکن در نظر گرفته شده و مرزهای چپ و راست دامنه محاسباتی با شرط مرزی غیر بازتابی در مدل عددی وارد می‌شوند. نیمرخ عمق اولیه جریان دارای یک ناپیوستگی در محل سد است. در نتیجه‌ی برداشت ناگهانی سد در لحظه‌ی  $t = 0$ ، یک موج آشترک و یک موج منفی بوجود می‌آیند که به ترتیب در جهات پایین دست و بالادست آبراهه منتشر می‌گردند. موج آشترک افزایش عمق و موج منفی کاهش عمق آب را در مسیر انتشار خود به همراه دارند. از آنجا که نسبت عمق پایین دست سد به عمق بالادست آن از مقدار  $0.138$  کوچکتر است، جریان‌های زیر بحرانی و فوق بحرانی به صورت همزمان در دامنه حل بوجود می‌آیند. خوشبختانه این مسئله شکست سد دارای حل تحلیلی می‌باشد که به عنوان نمونه در (Toro 2001) گزارش شده است. با هدف بررسی عملکرد الگوی حاضر در حل معادلات آب کم عمق، خطای میان حل عددی و تحلیلی به کمک معیار زیر ارزیابی می‌گردد (Zoppou and Roberts, 2003):

$$E_\mu = \frac{\sum_{i=1}^M |\mu_{num,i} - \mu_{ana,i}|}{\sum_{i=1}^M |\mu_{ana,i}|} \quad (20)$$

رابطه فوق بیانگر خطای نرمال شده نسبت به حل تحلیلی است که در آن عملگر جمع بر روی تمامی سلول‌ها یعنی  $i = 1, 2, \dots, M$  به کار می‌رود. همچنین  $E_\mu$  خطای محاسبه کمیت  $\mu$  ( $\mu = h, u, hu$ ) حل عددی در مرکز سلول محاسباتی  $i$  و  $\mu_{ana,i}$  حل تحلیلی متناظر با آن می‌باشد. خطای محاسبات در انتهای زمان شبیه سازی که در اینجا  $t = 29s$  است، تعیین می‌شود.

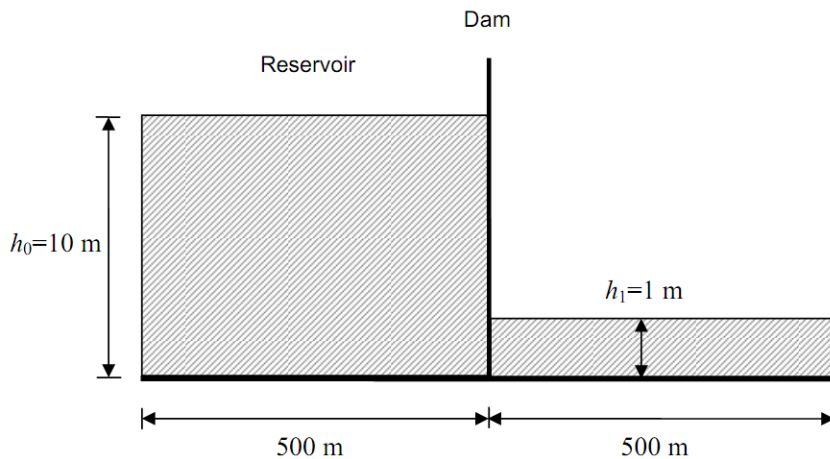
شکل ۳ نموداری از تغییرات  $E_\mu$  در مقابل تعداد سلول‌های محاسباتی را نشان می‌دهد. به روشنی افزایش سلول‌های محاسباتی (کاهش  $\Delta x$ ) در دامنه حل با کاهش خطای محاسباتی همراه است. این روند کاهشی که در ابتدا دارای شیبی قابل توجه است با نزدیک شدن تعداد سلول‌ها به عدد ۲۵۰ کند گردیده به نحوی که کاهش بیشتر  $\Delta x$  تاثیری عملاً ناچیز در کاهش میزان خطای محاسبات از خود به جا می‌گذارد. همچنین از نتایج شکل ۳ چنین استنباط می‌شود که الگوی عددی مقدار سرعت جریان ( $u$ ) را با خطای بیشتری در مقایسه با عمق جریان ( $h$ ) و دبی واحد عرض ( $hu$ ) پیش بینی نموده است. این رفتار به روش تعیین سرعت سیال توسط الگوی

### ۶-۲- شکست سد روی بستر شیب دار خشک

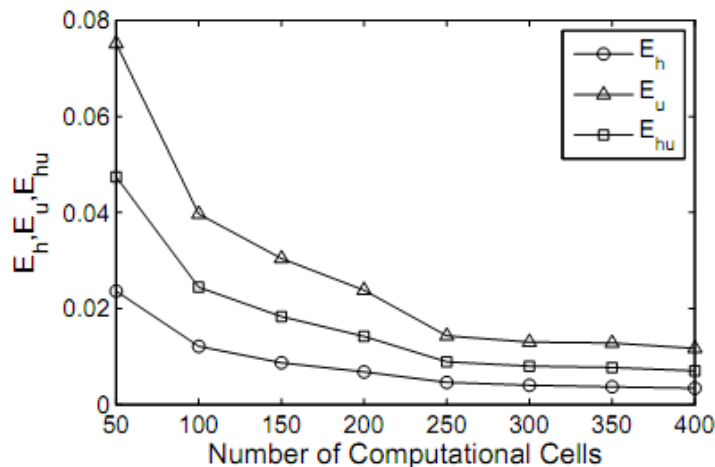
در این آزمون محاسباتی، نتایج مدل ارائه شده با داده‌های آزمایشگاهی WES<sup>۲۰</sup> گزارش شده در (Hsu and Yeh (2002) و (Gottardi and Venutelli (2003) مقایسه می‌گردد. فلوم بکار رفته در این آزمایش دارای طول و عرض 400ft و 4 f (≈ 122 m و 1.22 m) و شیب  $S_o = 0.005$  بوده و در وسط آن مدل سدی قرار دارد که مخزنی به عمق  $h_0 = 1\text{ft}$  (در محل سد) را از پایین دست خشک فلوم جدا می‌نماید. شکست سد که با برداشتن ناگهانی دریچه توسط سامانه قرقره- وزنه در آزمایشگاه شبیه سازی شده است، مولد یک موج منفی است که در آب مخزن بالا دست انتشار می‌یابد. به طور همزمان دنباله این موج نیز از محل سد حرکت خود را بر روی بستر خشک به سمت پایین دست شروع می‌نماید.

عددی یعنی  $u = (hu)/h$  قابل انتساب است. به بیان دیگر روش تعیین سرعت از نوع غیر مستقیم بوده و بنابراین می‌توان انتظار داشت که سرعت بدست آمده در مقایسه با  $h$  و  $hu$  که جواب مستقیم معادلات حاکم اند، با خطای بیشتری توأم باشد.

مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی عددی با استفاده از ۲۵۰ سلول محاسباتی برای سه کمیت عمق، سرعت و دبی واحد عرض جریان در زمان  $t = 29\text{s}$  با حل تحلیلی (Toro (2001) در شکل ۴ نشان می‌دهد که الگوی عددی به خوبی قادر به شبیه سازی ناپیوستگی این سه کمیت در جبهه‌ی اُشترک می‌باشد و این ناپیوستگی‌ها تنها در طول دو یا سه سلول محاسباتی تسخیر شده‌اند. افزون بر این، نواحی هموار جریان نیز به خوبی از حل تحلیلی پیروی می‌کنند. تطابق میان نتایج این آزمون و حل تحلیلی در نزدیکی ناپیوستگی جریان، بر ویژگی تسخیر شوک مدل ارائه صحه می‌گذارد.



شکل ۲- طرحی از مسئله شکست ایده آل سد



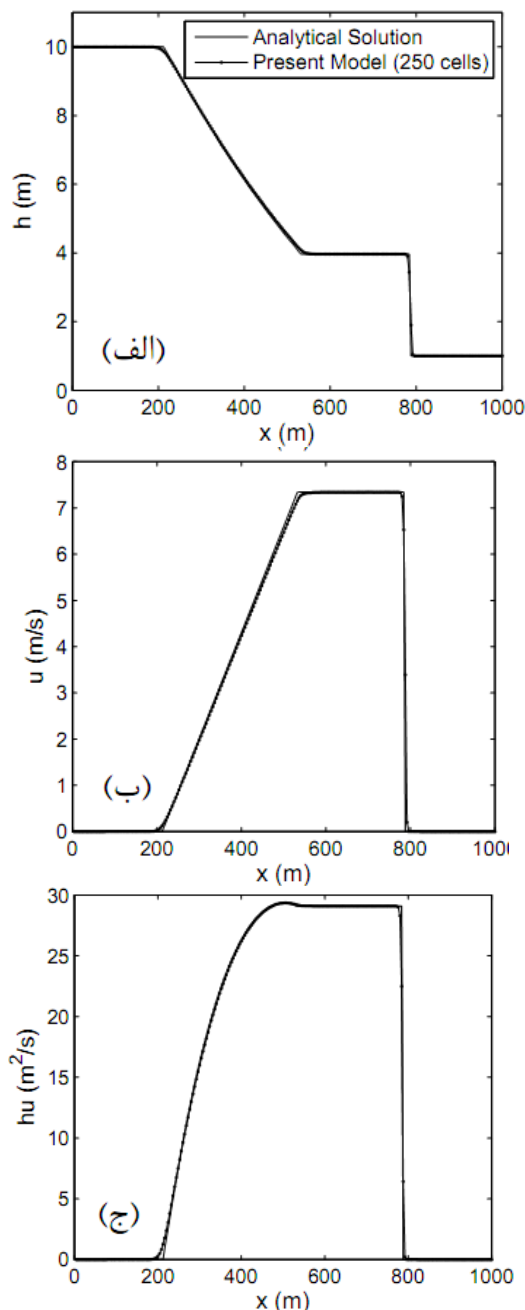
شکل ۳- خطای محاسباتی به عنوان تابعی از تعداد سلول‌های محاسباتی ( $E_h$ ,  $E_u$  و  $E_{hu}$ ) به ترتیب معرف خطای محاسبه عمق، سرعت و دبی واحد عرض می‌باشند)

گام زمانی نیز با اختصاص عدد کورانت  $C_n = 0.6$  محدود شده است. زبری بستر با در نظر گرفتن ضریب مانینگ  $n = 0.009$  در محاسبات گنجانده شده و در دو انتهای بالادست و پایین دست مدل از شرط مرزی غیر بازتابی استفاده گردیده است.

تاریخچه زمانی تغییرات عمق و سرعت جریان در نقاط مختلفی از طول فلوم با نتایج مدل آزمایشگاهی WES در شکل‌های ۶ و ۷ مقایسه گردیده است. در شکل ۶، به جز نمودارهای (۶-الف، ب) و (۶-ج) که به ترتیب به نقاطی واقع در مخزن سد و محل شکست اختصاص دارند، هر نمودار پس از رسیدن موج با شیبی قابل توجه به نقطه پیشینه‌ی خود می‌رسد. با گذشت زمان از عمق جریان کاسته شده و سرانجام در زمان  $t = 400$  s تمامی نمودارها عملاً وضعیت بستر خشک (عمق آب  $h = 0.005$  m) را نشان می‌دهند که به علت رعایت اختصار در نتایج آورده نشده است. در نمایی کلی، روند تغییرات زمانی عمق و سرعت جریان و همچنین زمان رسیدن موج به خوبی توسط مدل عددی پیش بینی شده است با این وجود الگوی عددی از ارائه تصویری درست از نوسان‌های آزمایشگاهی عمق جریان در محل شکست سد باز مانده است (شکل ۶-ج). البته باید توجه داشت که امواج سطحی که دارای مولفه‌ی سرعت عمودی غیر صفر می‌باشند، ممکن است به خوبی توسط مدل مبتنی بر معادلات آب کم عمق شبیه سازی نشوند. با این حال، بنظر می‌رسد حتی در چنین مواردی مدل به خوبی قادر به ارائه عمق متوسط جریان می‌باشد.

### ۶-۳- بالاروی موج حاصل از شکست سد

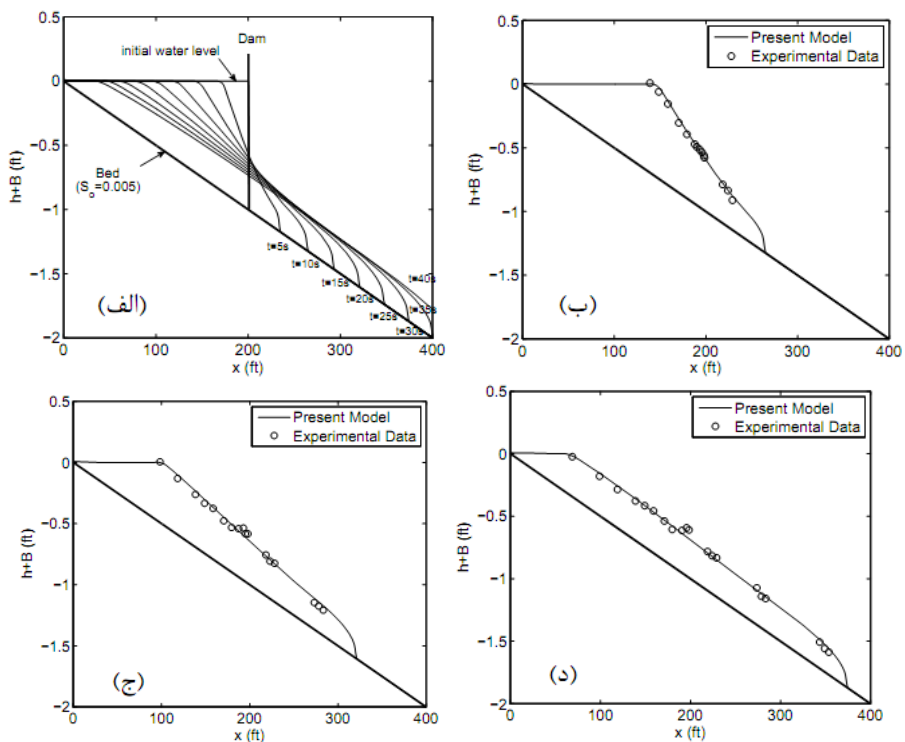
با هدف بررسی توانایی مدل حاضر در شبیه سازی حرکت موج ناشی از شکست سد بر روی بستری با شیب معکوس، مقایسه‌ای میان نتایج حاصل از مدل با داده‌های آزمایشگاهی Aureli et al. (2000) انجام شد. آزمایش‌ها در بخش مهندسی عمران دانشگاه پارامای ایتالیا در فلومی با طول 7 m و عرض 0.5 m صورت پذیرفته است که نمایی از هندسه فلوم در شکل ۸ نشان داده شده است. بسته به نقطه شروع سطح شیب دار  $x_s$ ، زبری مصالح بستر  $n$ ، عمق اولیه آب در مخزن  $h_0$  و در پایین دست سد  $h_1$ ، سه حالت مختلف در اینجا بررسی می‌گردد که مشخصات آنها در جدول ۱ گردآوری شده است. در تمامی محاسبات صورت گرفته در این بخش از ۱۴۰ سلول محاسباتی استفاده شده و عدد کورانت برابر با  $C_n = 0.5$  می‌باشد. همچنین مرز سمت چپ که دیواره نفوذ ناپذیر مخزن می‌باشد با رابطه ۱۸ در مدل عددی وارد شده است.



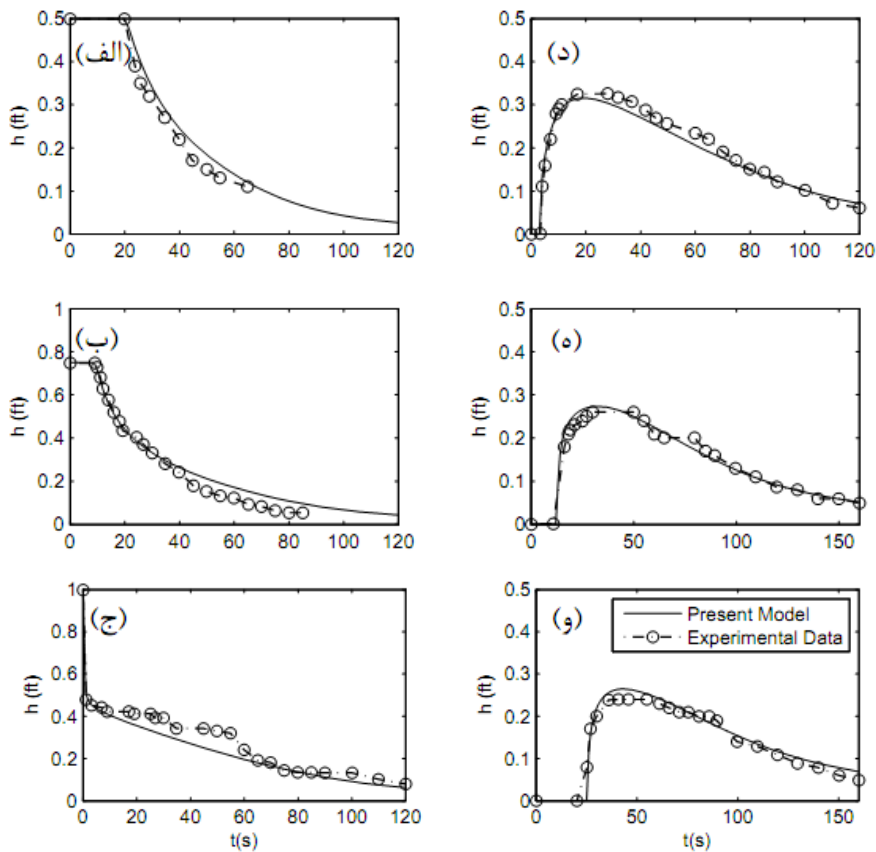
شکل ۴- مقایسه نتایج شبیه سازی عددی با حل تحلیلی در لحظه  $t = 29$  s برای (الف): عمق جریان، (ب): سرعت جریان و (ج): دبی واحد عرض

نیمرخ آزاد شبیه سازی شده جریان در زمان‌های گوناگون پس از شکست سد (لحظه  $t = 0$ ) در شکل (۵-الف) به تصویر کشیده شده و در لحظات  $t = 10$  s،  $t = 20$  s و  $t = 30$  s با نتایج بدست آمده در آزمایشگاه مقایسه شده است (شکل ۵-ب، ج، د). در این شبیه سازی دامنه حل به کمک ۴۰۰ سلول محاسباتی تفکیک گردیده و

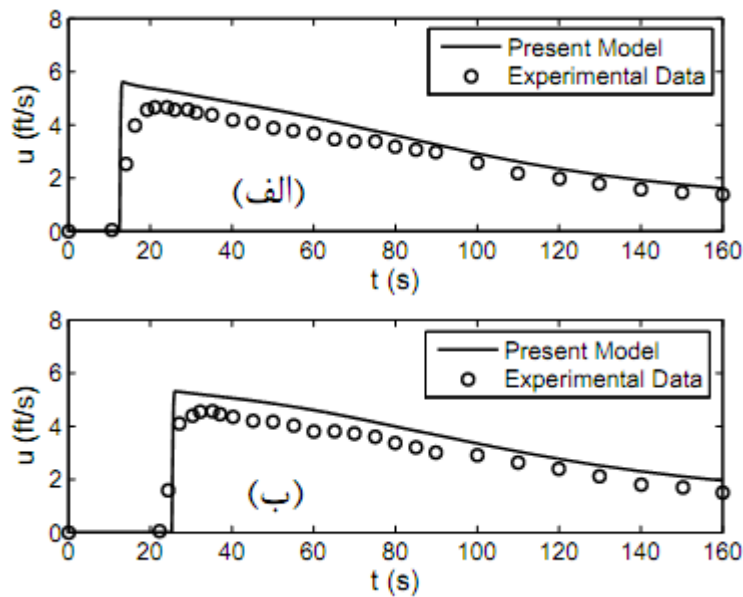




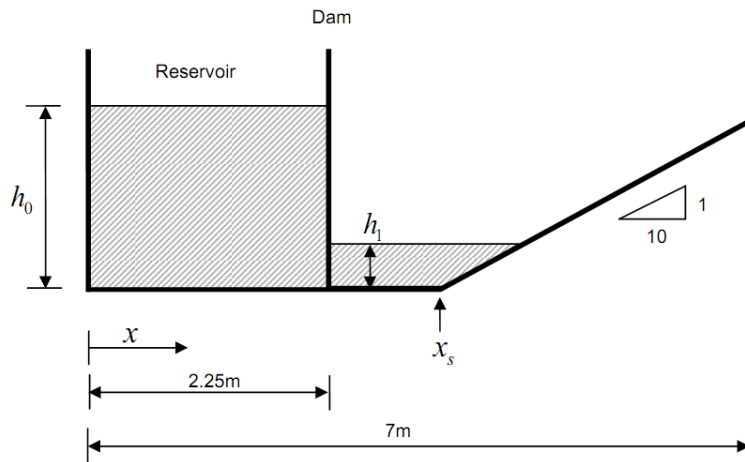
شکل ۵- شکست سد بر روی بستر شیب دار (الف): نیمرخ سطح آزاد در لحظات مختلف. مقایسه نیمرخ شبیه سازی شده با نتایج آزمایشگاهی WES در لحظات (ب):  $t = 10s$ ، (ج):  $t = 20s$  و (د):  $t = 30s$



شکل ۶- تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط (الف):  $x = 100ft$ ، (ب):  $x = 150ft$ ، (ج):  $x = 200ft$ ، (د):  $x = 225ft$ ، (ه):  $x = 280ft$  و (و):  $x = 350ft$



شکل ۷- تغییرات زمانی سرعت جریان در نقاط (الف):  $x = 280 \text{ ft}$  و (ب):  $x = 350 \text{ ft}$



شکل ۸- نمای بدون مقیاس فلوم آزمایشگاهی مورد استفاده (Aureli et al., 2000)

بقای جرم اقتضاء می‌کند، فرایند بالاروی موج بر روی سطح شیب دار با پایین افتادن سطح آب مخزن همراه است (شکل ۹- ب، ج). با نزدیک شدن زبانه موج به بیشینه ارتفاع خود بر روی سطح شیب دار، موجی بازتابش یافته از سطح به صورت یک اُشترک شکل می‌گیرد (شکل ۹- د) و در قالب یک ناپیوستگی عمق در جهت بالادست فلوم حرکت می‌نماید (شکل ۹- ه). همزمان، زبانه موج در قالب یک جریان فوق بحرانی به سمت پایین سطح حرکت نموده و پس از برخورد با جریان زیر بحرانی موجود در حوالی پنجه سطح شیب دار، یک پرش هیدرولیکی را بوجود می‌آورد (شکل ۹- و). مشابه چنین رفتاری در فرایند پایین‌روی یک موج شکننده منفرد نیز مشاهده می‌شود (Mahdavi and Talebbeydokhti, 2009). موج اُشترک که به انتهای بالادست فلوم رسیده پس از برخورد با دیواره بازتابش می‌یابد

جدول ۱- مشخصات آزمایش‌های شکست سد (Aureli et al., 2000)

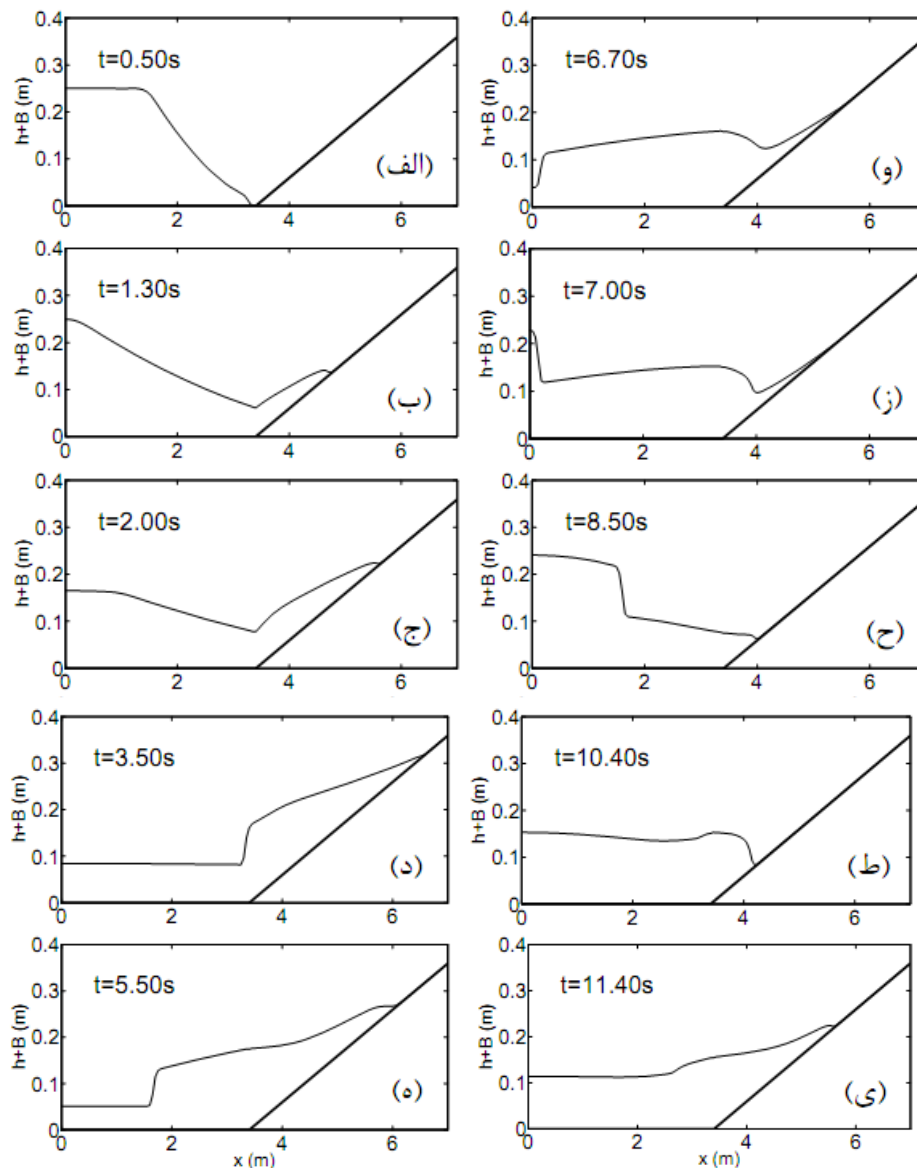
حالت	$n$	$x_s$ (m)	$h_0$ (m)	$h_1$ (m)
۱	۰/۰۱	۳/۴	۰/۲۵۰	۰
۲	۰/۰۱	۳/۴	۰/۲۵۰	۰/۰۴۵
۳	۰/۰۲۵	۳/۵	۰/۲۹۲	۰

مطابق با نتایج بدست آمده مراحل حرکت موج ناشی از شکست سد برای شرایطی که در جدول ۱ از آن تحت عنوان "حالت ۱" یاد شده چنین است: در لحظه  $t = 0.5s$  زبانه موج ناشی از شکست به نزدیکی پنجه سطح شیب‌دار رسیده (شکل ۹- الف) و از آن پس حرکت خود به سمت بالای شیب را آغاز می‌نماید. همانطور که اصل

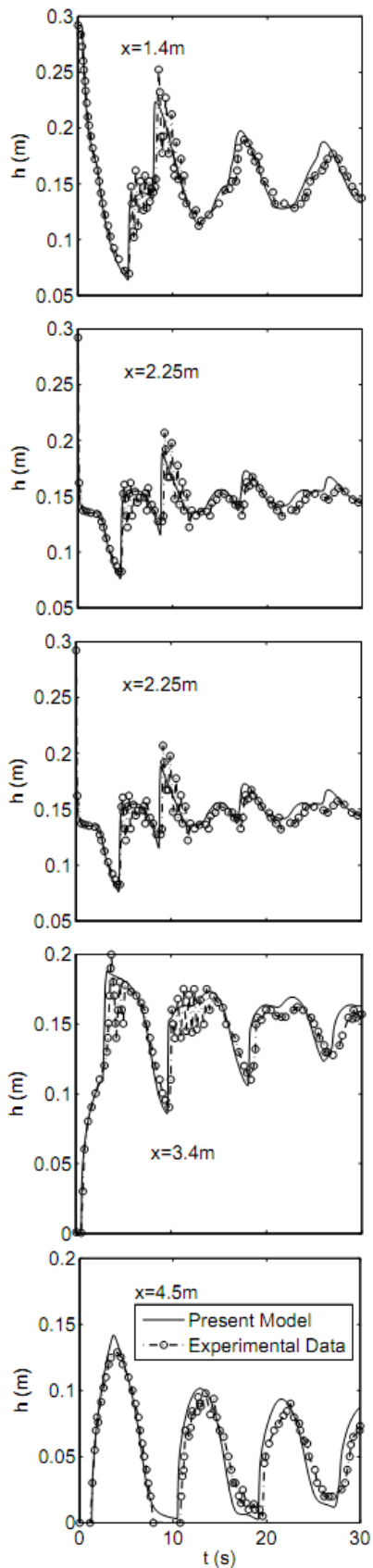
برخوردارند. با این حال مدل توانایی شبیه سازی نوسان‌های پر بسامد موجود در داده‌های آزمایشگاهی را نداشته و تنها حالت متوسطی از آنها را ارائه داده است (شکل ۱۱). همچنین در شکل ۱۲ مقایسه‌ای از تاریخچه زمانی سرعت در نقاط  $x=1.40\text{m}$  و  $x=3.40\text{m}$  برای حالت (۲) صورت پذیرفته است. در آزمایشگاه سرعت به صورت نقطه‌ای و در نزدیکی بستر برداشت شده است (Aureli et al. 2000). تطابق بسیار خوب سرعت شبیه سازی شده با مقادیر آزمایشگاهی بیانگر دقت مدل عددی می‌باشد. مضافاً، این تطابق در سطحی بنیادین بر صحت فرض سرعت متوسط گیری شده در عمق در معادلات حاکم نیز دلالت می‌کند. به عبارت دیگر همخوانی مقادیر محاسباتی و آزمایشگاهی می‌تواند حاکی از یکنواخت بودن نسبی سرعت در راستای عمق در این آزمایش باشد.

و با ارتفاعی که اینک افزایش یافته در جهت پایین دست فوم انتشار می‌یابد (شکل ۹ - ز، ح). این موج پس از رسیدن به سطح شیب‌دار فرایند بالاروی خود را آغاز می‌کند (شکل ۹ - ط، ی). مراحل فوق‌الذکر تا اتلاف کامل انرژی جریان توسط نیروی اصطکاک بستر، استهلاک نوسان‌های سطح آزاد جریان و رسیدن سیال به حالت سکون تکرار می‌شوند.

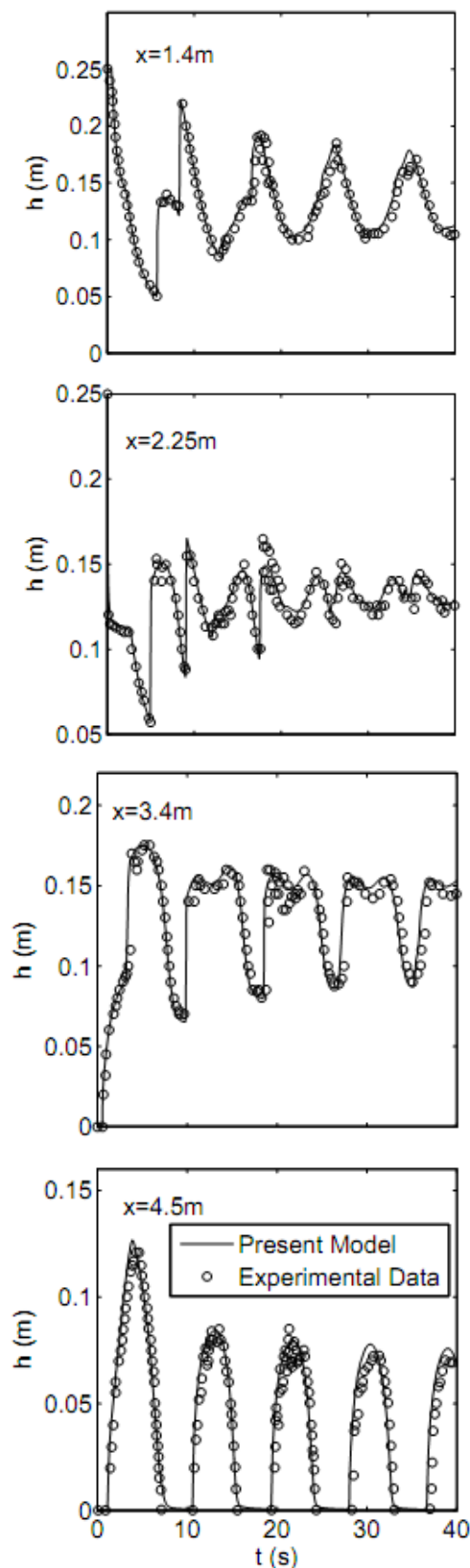
مقایسه‌ای از نتایج مدل با داده‌های آزمایشگاهی مربوط به تاریخچه زمانی عمق جریان در نقاط  $x=1.40\text{m}$ ،  $x=2.2$ ،  $x=3.40\text{m}$  و  $x=4.50\text{m}$  برای حالات (۱) و (۳) به ترتیب در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج عموماً از تطابق رضایت بخش با داده‌های آزمایشگاهی



شکل ۹- نیمرخ شبیه سازی شده سطح آزاد در لحظات مختلف برای "حالت ۱"



شکل ۱۱- تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط مختلف برای "حالت ۳"

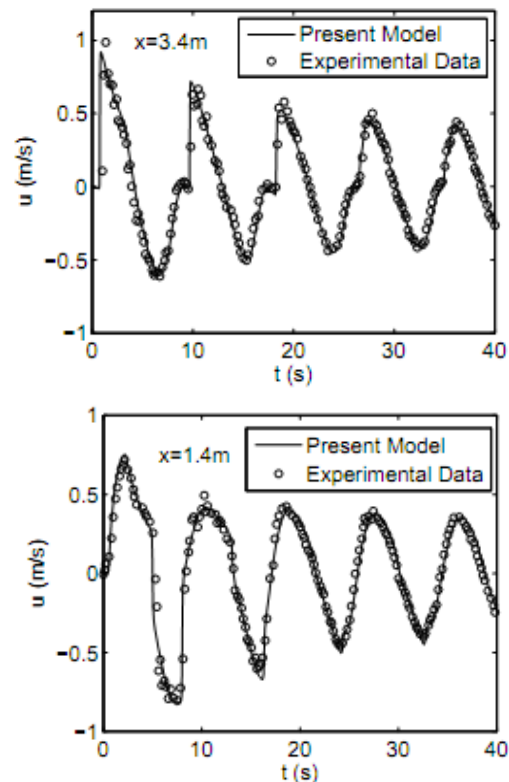


شکل ۱۰- تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط مختلف برای "حالت ۱"

را پوشانده است. بسته به شرایط انتهایی فلوم، آزمایش‌ها در دو حالت مختلف اجرا گردیده‌اند که در ادامه بدان اشاره می‌شود.

#### ۶-۴-۱- وجود دیواره در انتهای فلوم

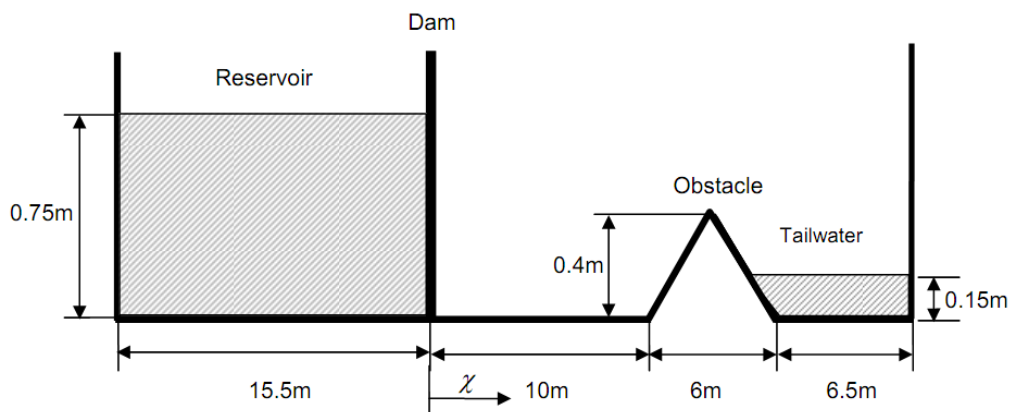
این شبیه سازی به کمک ۱۵۲ سلول محاسباتی به همراه عدد کورانت  $C_n = 0.6$  و ضریب مانینگ  $n = 0.0125$  صورت پذیرفته و با توجه به هندسه مدل آزمایشگاهی (شکل ۱۳) در دو انتهایی بالادست و پایین دست مدل از شرط مرزی بازتابی استفاده گردیده است. مراحل مختلف انتشار موج ناشی از برداشت ناگهانی دریاچه در این حالت بدین قرار است: زبانه موج پس از پیشروی بر روی بستر خشک و رسیدن به مانع (شکل ۱۴-الف) فرایند بالاروی خود را آغاز نموده و به دنبال روگذری از مانع بر روی وجه پایین دست آن به سمت پایین شیب شتاب می‌گیرد (شکل ۱۴-ب). برخورد این جریان فوق بحرانی با آب پشت مانع سبب تشکیل یک موج اُشترک می‌گردد که به سمت پایین دست فلوم حرکت می‌کند (شکل ۱۴-ج،د). در همین حال یک موج اُشترک در اثر بازتابش بر روی وجه بالادست مانع پدیدار می‌شود. موج منتشر شونده‌ی پایین دست به دیواره‌ی انتهایی فلوم برخورد نموده و بازتابش می‌یابد (شکل ۱۴-ه). در شکل ۱۵ نتایج مدل حاضر با داده‌های آزمایشگاهی مربوط به تاریخچه زمانی عمق آب برای نقاط مختلف در طول فلوم با یکدیگر مقایسه شده‌اند. چنانچه فاصله از سد با  $\chi$  نشان داده شود، نقاط اندازه گیری به ترتیب در موقعیت‌های  $\chi = 4m, \chi = 10m, \chi = 13m, \chi = 14m, \chi = 15m$  و  $\chi = 20m$  در پایین دست سد واقع شده اند. به استثنای نقطه  $\chi = 14m$  که مدل عمق جریان را کمتر از مقدار آزمایشگاهی تخمین زده است، نتایج در سایر نقاط اندازه‌گیری از تطابقی معقول با داده‌های آزمایشگاهی برخوردارند. خصوصاً اینکه موج شبیه سازی شده درست همزمان با هم‌تای آزمایشگاهی خود به ابتدای مانع ( $\chi = 10m$ ) و رأس آن ( $\chi = 13m$ ) رسیده است.



شکل ۱۲- تغییرات زمانی سرعت جریان برای "حالت ۲"

#### ۶-۴-۲- روگذری امواج ناشی از شکست سد از روی یک مانع

به عنوان آخرین آزمون محاسباتی در این بخش به مقایسه نتایج مدل حاضر با داده‌های آزمایشگاهی Hiver گزارش شده در Ferreiro Ferreiro (2002) پرداخته می‌شود. طول فلوم آزمایشگاهی 38m و عرض آن 0.75m می‌باشد. یک دریاچه (سد) به فاصله 15.5m از ابتدای فلوم، آب را در مخزنی به عمق 0.75m نگه داشته است. مانعی مثلثی شکل به ارتفاع 0.4m و طول 6m در فاصله 13m در پایین دست سد قرار گرفته و آبی به عمق 0.15m فاصله بین وجه پایین دست مانع تا انتهایی فلوم



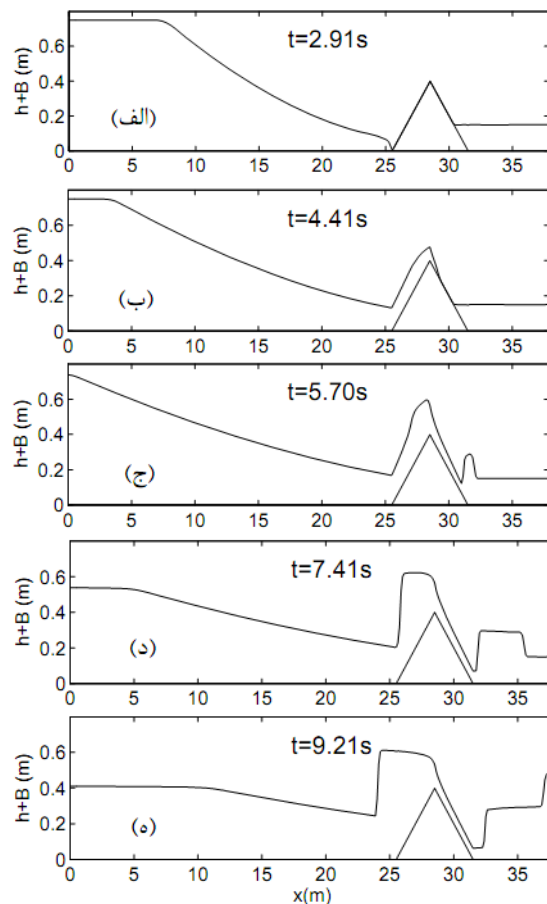
شکل ۱۳- نمای بدون مقیاس فلوم آزمایشگاهی Hiver با دیواره‌ای در انتهای پایین دست

مناسب میان نتایج مدل حاضر با داده‌های آزمایشگاهی است. مانند حالت گذشته، زمان رسیدن موج به ابتدای مانع و رأس آن به صورت دقیق پیش بینی شده است. همچنین دوره‌های متوالی خشک و تر شدن بستر در نقاط واقع بر رأس و وجه پایین دست مانع ( $\chi = 14\text{ m}$ ) به خوبی شبیه سازی شده‌اند. نتایج حاصله به نحوی شایسته از نوسان‌های آزمایشگاهی عمق آب در نزدیکی دیواره انتهایی ( $\chi = 20\text{ m}$ ) تبعیت می‌کنند. این امر تاحدودی بر صحت اعمال شرط مرزی سرریز در انتهای پایین دست مدل دلالت می‌نماید.

#### ۷- نتیجه گیری

در این مطالعه با ترکیب روش شار متوسط وزن دار (WAF) و روش ضمنی انتگرال گیری ذوزنقه‌ای مدلی با قابلیت تسخیر شوک برای حل عددی معادلات آب کم عمق ارائه شد و از آن برای شبیه سازی جریان ناماندگار ناشی از شکست سد استفاده گردید. با هدف تعریف صحیح مسئله‌ی مقدار اولیه برای حل معادلات حاکم، شرایط مرزی مختلف که هر یک بازتابی از ویژگی فیزیکی مرز واقعی متناظر با خود هستند، در مدل عددی گنجانده شد. شکست ایده آل سد برای حالتی که هر دو نوع جریان زیر بحرانی و فوق بحرانی در دامنه حل وجود دارند، مورد بررسی قرار گرفت و ضمن مقایسه نتایج حاصله با حل تحلیلی موجود، نشان داده شد که با افزایش تعداد سلول‌های محاسباتی، خطای حل روندی کاهشی دارد. علاوه بر این جبهه ناپیوسته موج حاصل از شکست سد که تنها در دو یا سه سلول محاسباتی تسخیر شده است، به لحاظ عمق، سرعت و دبی جریان با حل تحلیلی مطابقت مناسبی دارد. با این وجود سرعت جریان، در مقایسه با عمق و دبی، با خطای بیشتری محاسبه شده است که این موضوع با توجه به شیوه غیر مستقیم تعیین سرعت سیال (بدست آوردن سرعت از تقسیم دبی واحد عرض بر عمق جریان) تفسیر می‌گردد.

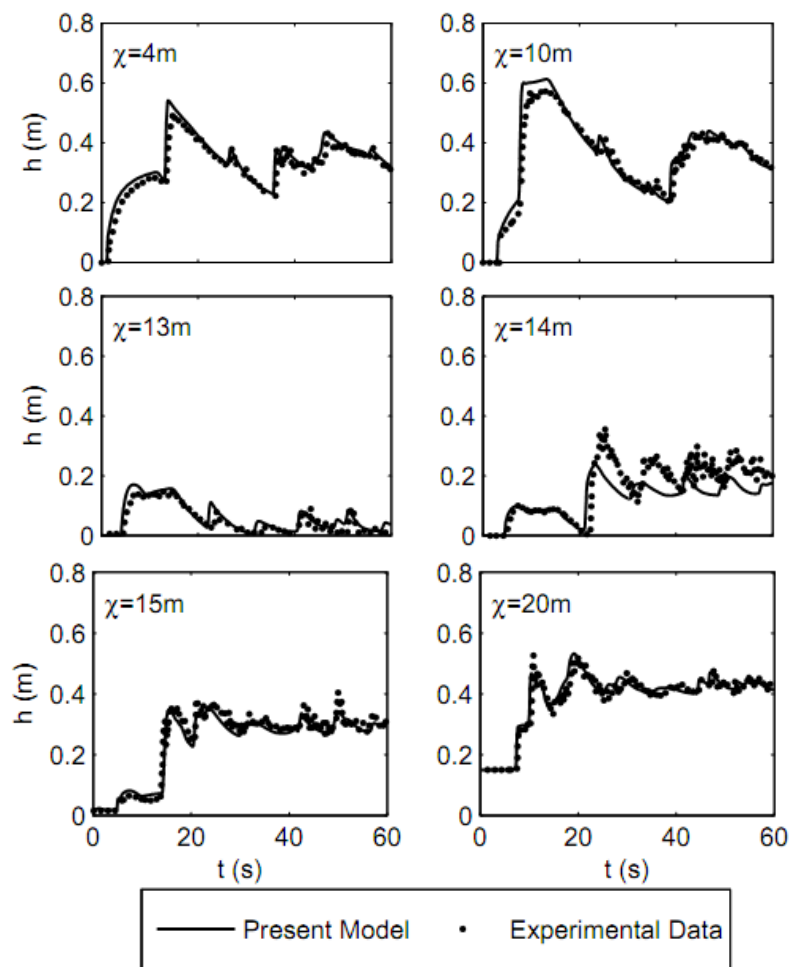
در ادامه، عمده جهت گیری این مطالعه به سمت شبیه‌سازی شکست سد در فلوم آزمایشگاهی معطوف گردید و در همین راستا از طریق مقایسه با نتایج آزمایشگاهی موجود، قابلیت مدل در شبیه‌سازی انتشار امواج بر روی بستر خشک و ناهموار و نیز برخورد‌های متوالی امواج پیشرونده به اثبات رسید. نتایج عددی نشان داد سرریز انتهایی فلوم با میسر ساختن روگذری جریان، بازتابش کمتری را نسبت به دیواره انتهایی فلوم بوجود می‌آورد. شاهد این امر تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط مختلف فلوم است که در حضور سرریز شکلی ملایمتر (با ریز نوسان کمتر) به خود می‌گیرند.



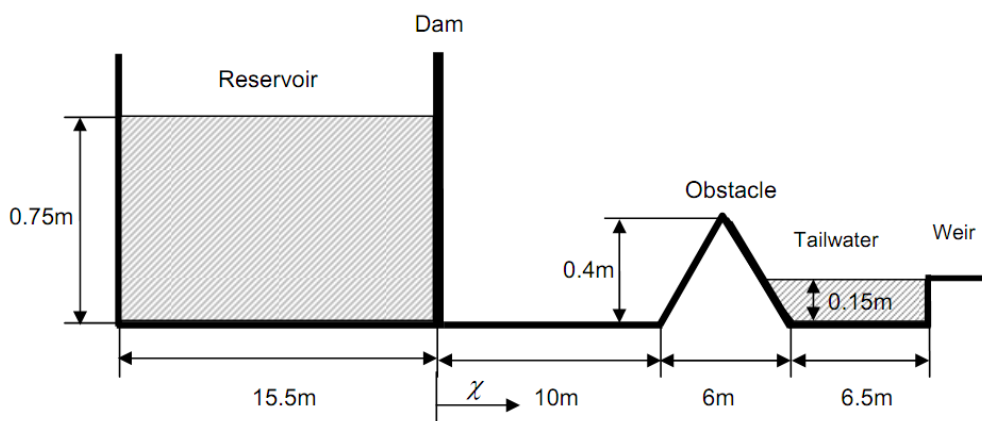
شکل ۱۴- نیمرخ شبیه سازی شده سطح آزاد در لحظات مختلف پس از شکست سد در فلوم شکل ۱۳

#### ۶-۴-۲- تعیین سرریز لبه پهن در انتهای فلوم

در شبیه سازی این آزمایش، سرریز انتهایی فلوم با اختصاص  $\Delta z = 0.15\text{ m}$  به کمک رابطه (۱۹) در مدل عددی گنجانده شده و تعداد سلول‌های محاسباتی، عدد کورانت و ضریب مانینگ درست مانند حالت قبل در نظر گرفته شده است. در فلوم آزمایشگاهی (شکل ۱۶)، تغییرات زمانی عمق جریان علاوه بر نقاط اندازه گیری حالت قبل در نقاط  $\chi = 2\text{ m}$ ،  $\chi = 8\text{ m}$ ،  $\chi = 11\text{ m}$  نیز سنجیده شده است. نگاهی دقیق به نتایج شکل ۱۷ مشخص می‌کند که هر یک از نمودارها تغییرات زمانی عمق آب را هموار تر و با ریز نوسان‌های کمتری در مقایسه با نمودار متناظر خود در حالت قبل نشان می‌دهند. این ریز نوسان‌ها که به عنوان نمونه در نمودار مربوط به  $\chi = 10\text{ m}$  در شکل ۱۵ حوالی لحظات  $t = 25\text{ s}$  و  $t = 35\text{ s}$  مشاهده می‌شوند، عمدتاً ناشی از بازتابش موج بوده و کاهش آنها بدین دلیل است که سرریز انتهایی فلوم با فراهم آوری امکان روگذری جریان، بازتابش کمتری را نسبت به یک دیواره تولید می‌کند. مقایسه به عمل آمده در شکل ۱۷ حاکی از وجود تطابقی



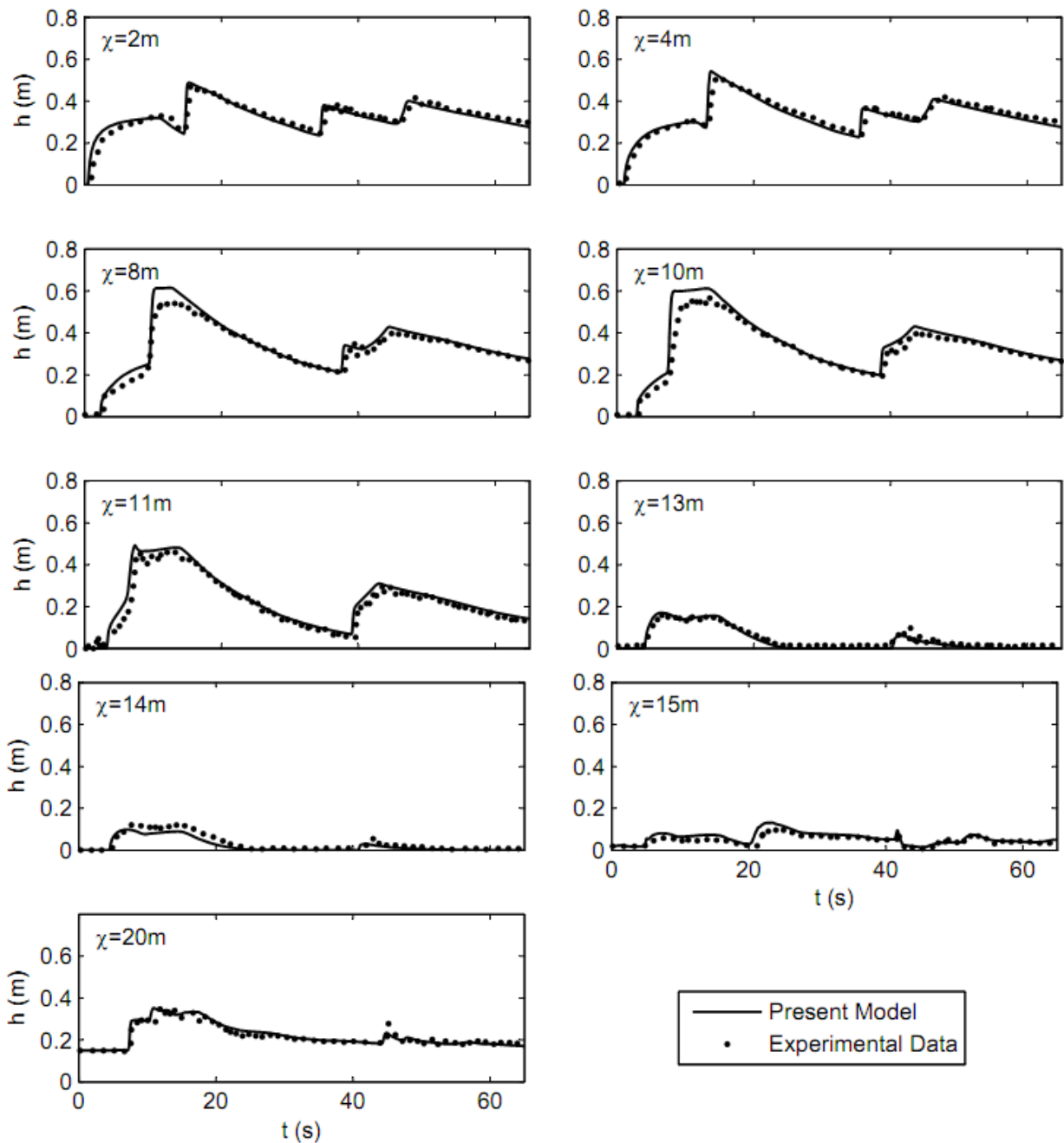
شکل ۱۵- تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط مختلف فلوم شکل ۱۳



شکل ۱۶- نمای بدون مقیاس فلوم آزمایشگاهی Hiver با سرریزی در انتهای پایین دست

جریان حتی در شرایطی که برخی از فرضیات اساسی معادلات حاکم مخدوش شده‌اند. موضوعی که می‌توان از آن به عنوان خصلت معماگونه‌ی معادلات آب کم عمق یاد نمود.

از رهگذر مقایسه‌های انجام شده، تطابقی رضایت بخش با روند داده‌های موجود آزمایشگاهی بدست آمد. چنین تطابقی خود تأکیدی است بر توانایی این مدل مبتنی بر معادلات آب کم عمق در ارائه تصویری نزدیک به واقعیت از جنبه‌های مختلف و بعضاً پیچیده



شکل ۱۷- تغییرات زمانی عمق جریان در نقاط مختلف فلووم شکل ۱۶

- 10- Initial-value problem
- 11- Source term
- 12- Bore
- 13- Conservation form
- 14- Flux vector
- 15- Star region
- 16- Total Variation Diminishing
- 17- Harten, Lax and van Leer
- 18- Ghost grid point
- 19- Approach flow
- 20- Waterways Experiment Station

- 1- Shallow water equations
- 2- Shock capturing
- 3- Predictor-corrector
- 4- Artificial dissipation term
- 5- Calibration
- 6- Iterative
- 7- Solitary waves
- 8- Grid-free
- 9- Weighted Average Flux

پی نوشت



- dam break problems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(3), pp. 187–195.
- Mahdavi, A., and Talebbeydokhti, N. (2009), "Modeling of non-breaking and breaking solitary wave run-up using FORCE-MUSCL scheme." *Journal of Hydraulic Research*, 47(4), pp. 476–485.
- Mahdavi, A., and Talebbeydokhti, N. (2011), "Modeling of non-breaking and breaking solitary wave run-up using shock-capturing TVD-WAF scheme." *KSCE Journal of Civil Engineering*, 15(6), pp. 945–955.
- Toro, E.F. (1992), "Riemann problems and the WAF method for solving the two-dimensional shallow water equations." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A*; 338, pp. 43–68.
- Toro, E.F. (2001), *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*. Wiley, Chichester, UK.
- Wang, J.S., Ni, H.G., and He, Y.S. (2000), "Finite-difference TVD scheme for computation of dam-break problems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 126(4), pp. 253–262.
- Zhou X., Hon Y.C., and Cheung K.F. (2004), "A grid-free nonlinear shallow water model with moving boundary." *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 28, pp. 967–973.
- Zoppou, C., and Roberts, S. (2003), "Explicit schemes for dam-break simulations." *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(1), pp. 11–34.
- Aureli, F., Mignosa, P., and Tomirotti, M. (2000), "Numerical simulation and experimental verification of dam-break flows with shocks." *Journal of Hydraulic Research*, 38(3), pp. 197–205.
- Bellos, C.V., and Sakkas, J. G. (1987), "Dam break flood wave propagation on dry bed." *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(12), pp. 1510–1524.
- Ferreiro Ferreiro, A.M. (2002), "Resolución y validación experimental del modelo de aguas poco profundas unidimensional incluyendo áreas secas." Supervised research, University of Santiago de Compostela, Spain. (in Spanish)
- Gottardi, G., and Venutelli, M. (2003), "Central schemes for open-channel flow." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41, pp. 841–861.
- Henderson, F.M. (1966), *Open Channel Flow*. Prentice-Hall, New Jersey, USA.
- Hsu, C-T, and Yeh, K-C. (2002), "Iterative explicit simulation of 1D surges and dam-break flows." *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 38, pp. 647–675.
- Li, Y., and Raichlen, F. (2002), "Non-breaking and breaking solitary wave run-up." *Journal of Fluid Mechanics*, 456, pp. 295–318.
- Macchione, F., and Morelli, M.A. (2003), "Practical aspects in comparing shock capturing schemes for