

## Uncertainty Assessment of Hydraulic Conductivity Parameter in MODFLOW Model Using Monte Carlo and RPEM Methods (Case Study: Ali Abad Plain of Qom)

M.S. Kahe<sup>1</sup>, S. Javadi<sup>2\*</sup> and A. Roozbahani<sup>3</sup>

### Abstract

In groundwater modeling, an array of factors are the cause of deviation between estimated results and the observed data which demonstrate uncertainty in groundwater resources system. In this study, with the aim of investigating the uncertainty of groundwater flow model in Ali Abad plain of Qom with the area of 1712 km<sup>2</sup>, the parameter of hydraulic conductivity, as the most important source of uncertainty, was used to analyze the parametric uncertainty. For this purpose, in order to simulate ground water level, different uncertainty ranges in 90% of confidence interval of hydraulic conductivity was investigated by Monte Carlo method and the uncertainty assessment criteria were used to quantify the uncertainty. Eventually, the most appropriate uncertainty range was defined. The Rosenblueth's Point Estimation Method (RPEM) was used to reduce the calculation process and time and then its performance for analyzing the parametric uncertainty was compared to Monte Carlo method using assessment criteria. Results showed that the most appropriate uncertainty range with RPEM and Monte Carlo method for hydraulic conductivity was obtained by increase of 40% and reduction of 30% of this parameter. RPEM method showed a better performance of 43% compared to Monte Carlo method.

**Keywords:** Hydrodynamic Coefficient, Uncertainty Range, Monte Carlo, RPEM Method, Ali Abad Plain of Qom.

Received: March 1, 2017

Accepted: July 15, 2017

## تحلیل عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل MODFLOW توسط روش مونت کارلو و RPEM (مطالعه موردی: دشت علی آباد قم)

مریم سادات کاهه<sup>۱</sup>، سامان جوادی<sup>۲\*</sup> و عباس روزبهانی<sup>۳</sup>

### چکیده

در مدل سازی آب های زیرزمینی، عوامل بسیاری موجب انحراف در نتایج پیش بینی شده از مقادیر مشاهده شده می شوند که بیان کننده عدم قطعیت در سیستم منابع آب های زیرزمینی می باشد. در این مطالعه جهت بررسی عدم قطعیت مدل جریان آب زیرزمینی دشت علی آباد قم با مساحت ۱۷۱۲ کیلومتر مربع، پارامتر هدایت هیدرولیکی به عنوان یکی از مهم ترین منابع اصلی عدم قطعیت جهت تحلیل عدم قطعیت پارامتری لحاظ گردید. در این راستا، باندهای مختلف عدم قطعیت در خصوص پارامتر هدایت هیدرولیکی جهت شبیه سازی سطح آب زیرزمینی در محدوده اطمینان ۹۰٪ با استفاده از روش مونت کارلو بررسی و به منظور کمی سازی، معیارهای ارزیابی عدم قطعیت محاسبه گردید. در نهایت مناسب ترین باند غیرقطعی برای پارامتر مذکور ارائه شد. به منظور کاهش حجم محاسبات و صرفه جویی در زمان از روش RPEM<sup>۱</sup> استفاده شد و عملکرد آن در تحلیل عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی با روش مونت کارلو توسط شاخص های ارزیابی مقایسه گردید. نتایج نشان داد که مناسب ترین باند غیرقطعی در تحلیل عدم قطعیت نوسانات سطح آب زیرزمینی با لحاظ نمودن پارامتر غیرقطعی هدایت هیدرولیکی با استفاده از هر دو روش مونت کارلو و RPEM، افزایش ۴۰٪ و کاهش ۳۰٪ درصدی در مقدار حاصل از واسنجی آن می باشد. روش RPEM در این پژوهش توانست عملکرد بهتری را نسبت به روش مونت کارلو به میزان ۴۳٪ از خود نشان دهد.

**کلمات کلیدی:** ضریب هیدرودینامیکی، باند عدم قطعیت، مونت کارلو، روش RPEM، دشت علی آباد قم.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۵/۱۲/۱۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۴/۲۴

1- M.Sc. Graduate in Water Resources Engineering, College of Aburaihan, University of Tehran, Iran.

2- Assistant Professor, Department of Irrigation and Drainage Engineering, College of Aburaihan, University of Tehran, Iran. Email: javadis@ut.ac.ir

3- Assistant Professor, Department of Irrigation and Drainage Engineering, College of Aburaihan, University of Tehran, Iran.

\*- Corresponding Author

۱- کارشناس ارشد مهندسی منابع آب، پردیس ابوریحان، دانشگاه تهران.

۲- استادیار گروه مهندسی آبیاری و زهکشی، پردیس ابوریحان، دانشگاه تهران.

۳- استادیار گروه مهندسی آبیاری و زهکشی، پردیس ابوریحان، دانشگاه تهران.

\*- نویسنده مسئول

بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان پائیز ۱۳۹۷ امکانپذیر است.

تصمیم‌گیری در خصوص فاضلاب نفوذی و آلودگی جریان آب زیرزمینی دانستند. (Yoon et al., 2013) به منظور ارزیابی کمی عدم قطعیت مرتبط با پارامترهای مدل MODFLOW در مکزیک، از روش توسعه یافته مونت کارلو فضای تهی<sup>۲</sup> (NSMC) استفاده کردند و این روش را یک رویکرد کارآمد محاسباتی و راه حل کاربردی در تجزیه و تحلیل عدم قطعیت پیش‌بینی در مدل‌های انتقال و جریان زیرسطحی پیچیده و غیرخطی دانستند. در واقع این روش با قرار دادن شروطی قبل از اجرای روش مونت کارلو، منجر به کاهش تعداد مجموعه پارامترهایی می‌شود که اثرات معکوسی روی واسنجی دارند. (Wu et al., 2011) مطالعه‌ای را در خصوص تحلیل ریسک و عدم قطعیت پیش‌بینی از طریق مدل عددی آب زیرزمینی در آبخوان فرضی با استفاده از روش الگوریتم متروپولیس-مونت کارلو زنجیره مارکوف (AM-MCMC) انجام دادند. نتایج حاکی از کارآمد بودن الگوریتم نمونه‌گیری مونت کارلو زنجیره‌ی مارکوف بدون نیاز به اصلاح ساختار مدل داشت. با توجه به پژوهش‌های فوق مشاهده می‌شود که در سالیان اخیر نیز از روش مونت کارلو به عنوان یک رویکرد رایج در بررسی عدم قطعیت مدل‌های آب زیرزمینی استفاده می‌شود. یکی از مشکلات موجود در روش مونت کارلو، حجم زیاد محاسبات و نیاز به کدنویسی در مدل‌های پیچیده آب زیرزمینی می‌باشد که منجر به صرف زمان بسیار زیادی در تحلیل عدم قطعیت سطح آب زیرزمینی در مدل‌سازی می‌گردد. به منظور کاهش حجم محاسبات و صرفه‌جویی در زمان در این پژوهش برای نخستین بار در تحلیل عدم قطعیت موجود در مدل‌سازی آب زیرزمینی از روش برآورد نقطه‌ای<sup>۳</sup> پیشنهادی توسط Rosenblueth (1975) استفاده شده است، چرا که این رویکرد با اجرای مدل به تعداد  $2^p$  (p نمایانگر تعداد پارامترهای غیرقطعی است) کمک شگرفی در راستای تحقق این امر می‌نماید. ایده اصلی این روش، تقریب تابع چگالی احتمال اصلی یک متغیر غیرقطعی توسط توده‌های احتمال گسسته متمرکز در دو نقطه می‌باشد (Yu et al., 2001). (Altarejos et al., 2012) تأثیر عدم قطعیت بر روی ریسک سیل را با استفاده از روش برآورد نقطه‌ای روزن بلوت و مونت کارلو جهت برآورد میانگین و واریانس پارامترهای غیرقطعی سیل (عمق آب و سرعت) به همراه مدل HEC-RAS در رودخانه‌ای واقع در اسپانیا بررسی کردند. طبق نتایج حاصل شده، آن‌ها معتقد به ارجحیت استفاده از رویکرد مونت کارلو در صورت امکان، نسبت به روش RPEM بودند. (Tsai et al., 2015) به ارزیابی احتمال زمین‌لغزش سطحی ناشی از بارش با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو و رویکرد RPEM با لحاظ پارامترهای غیرقطعی شامل هدایت هیدرولیکی اشباع، ذخیره‌ی ویژه، زاویه‌ی اصطکاک خاک، چسبندگی خاک و وزن واحد خاک اشباع به صورت غیرقطعی پرداختند.

با افزایش نیاز و فشار بر روی منابع آب‌های زیرزمینی، پیش‌بینی‌های دقیق و قابل اعتماد از جریان آب‌های زیرزمینی جهت مدیریت پایدار این منابع امری ضروری است. مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی به عنوان ابزار پیش‌بینی جهت بررسی‌های مربوط به سیستم‌های پیچیده آب زیرزمینی، پیش‌بینی اثرات سناریوهای هیدرولوژیکی جایگزین، ارزیابی فرآیندهای تغذیه و ذخیره‌سازی آبخوان و همچنین بررسی عملکرد پایدار منابع آب‌های زیرزمینی عمل می‌کند. سودمندی مدل‌سازی جهت تصمیم‌گیری بستگی به توانایی آن در راستای ارائه پیش‌بینی‌های دقیق دارد. با این حال، مدل‌های آب‌های زیرزمینی صرفاً تقریبی از واقعیت بوده و کارشناسان این زمینه قادر به توصیف پیچیدگی سیستم‌های هیدرولوژیکی به طور کامل نمی‌باشند (Meyer et al., 2007).

منابع بسیاری سبب ایجاد عدم قطعیت در مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی و انحراف داده‌های پیش‌بینی شده از داده‌های مشاهداتی دارد. از جمله این منابع می‌توان به داده‌های محدود هیدرولوژیکی منطقه مورد مطالعه، عدم دقت در داده‌های ورودی تغذیه و تخلیه از سیستم، عدم شناخت کافی از مقادیر پارامترهای مدل مانند ضرایب هیدرودینامیکی سفره آب‌های زیرزمینی، عدم تعریف مناسب شرایط مرزی و اولیه در سیستم، معادلات ساده‌شده جریان و فرض‌های در نظر گرفته‌شده جهت اعمال این معادلات در یک سیستم آب زیرزمینی اشاره کرد (Wu and Zeng, 2013). در مجموع، با توجه به فرآیندهای منطقی مدل‌سازی آب‌های زیرزمینی و تقسیم‌بندی بسیاری از پژوهشگران، منابع عدم قطعیت در مدل‌سازی به سه دسته تقسیم شده است که شامل: عدم قطعیت پارامترهای مدل، عدم قطعیت مدل مفهومی (یا ساختار مدل) و عدم قطعیت داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد که تجزیه و تحلیل عدم قطعیت پارامتری، توجه زیادی را در میان پژوهش‌ها به خود جلب کرده است (Wu and Zeng, 2013).

روش مونت کارلو، رایج‌ترین رویکرد در تجزیه و تحلیل عدم قطعیت پیشرفته است که در پژوهش‌های مربوط به آب‌های زیرزمینی نیز سهم قابل توجهی را به خود اختصاص داده است (Bair et al., 1991; Varljen and Shafer, 1991; Cooley, 1997; Hunt et al., 2001; Bogena et al., 2005; Starn et al., 2010; Yoon et al., 2013; Juckem et al., 2014). به عنوان نمونه در مطالعه‌ای (Juckem et al., 2014) پتانسیل آلودگی چاه‌های تأمین آب زیرزمینی را با استفاده از مدل‌سازی جریان آب زیرزمینی به همراه تجزیه و تحلیل عدم قطعیت پارامتری توسط روش مونت کارلو ارزیابی نموده و این روش را ابزاری مفید جهت ارائه اطلاعات به مدیران برای

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- منطقه مورد مطالعه

محدوده مطالعاتی علی‌آباد قم با کد مطالعاتی ۴۱۱۲ و مساحت ۱۸۸۳ کیلومتر مربع، یکی از ۴۱ محدوده مطالعاتی حوضه آبریز دریاچه نمک می‌باشد که در مرکز این حوضه آبریز قرار گرفته است. این محدوده مطالعاتی بین طول‌های جغرافیایی ۴' ۵۰° تا ۳' ۵۱° شرقی و عرض‌های جغرافیایی ۲۷' ۳۴° تا ۱۲' ۳۵° شمالی گسترده شده است. این منطقه به طور مشترک در استان‌های قم و مرکزی قرار گرفته که شامل بخشی از دشت ساوه می‌باشد. مساحت ناحیه دشتی در این محدوده مطالعاتی ۱۷۱۲ کیلومتر مربع، وسعت آبخوان آبرفتی ۱۳۴۴ کیلومتر مربع، متوسط میزان تخلیه و برداشت سالانه از این آبخوان آبرفتی ۳۳۰/۳۵ میلیون مترمکعب و جهت جریان آب زیرزمینی در این دشت از غرب به شرق می‌باشد. در این محدوده مطالعاتی پس از احداث و آنگیری سد ساوه در سال ۱۳۷۳ تنها رودخانه دائمی این محدوده به رودخانه‌ای فصلی تبدیل شده که در اکثر اوقات سال کاملاً خشک می‌باشد (Jafari et al., 2016). از همین رو کشاورزان پایین دست سد، آب مورد نیاز خود را از سفره‌های آب زیرزمینی تأمین نمودند که افت و نشست آبخوان را در این منطقه موجب گردیده است. ضخامت آبرفت در این منطقه از حدود ۲۰-۳۰ متر در بخش‌های حاشیه‌ای دشت تا حدود ۳۰۰ متر در بخش‌های مرکزی و اطراف رودخانه آن متغیر است. موقعیت محدوده مطالعاتی علی‌آباد قم در شکل ۱ نشان داده شده است.

نتایج نشان داد که با وجود حجم محاسبات بسیار کم در روش RPEM نسبت به مونت کارلو، رویکرد RPEM کارایی و دقت کافی را برای تعیین احتمال زمین لغزش سطحی ناشی از بارش دارا می‌باشد.

با توجه به محدودیت‌ها، خطاها و عدم قطعیت در اندازه‌گیری و درون‌یابی ضرایب هیدرودینامیکی آبخوان، استفاده از پارامتر هدایت هیدرولیکی در واسنجی مدل آب زیرزمینی و همچنین طبق مجموعه تحقیقات انجام شده، عدم قطعیت این پارامتر در نوسانات سطح آب زیرزمینی تأثیر به‌سزایی خواهد داشت. بنابراین در این پژوهش، عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی به عنوان یکی از مهم‌ترین منابع عدم قطعیت در مدل‌سازی آب زیرزمینی لحاظ شده است. همچنین، علاوه بر روش شبیه‌سازی مونت کارلو که در مسائل مربوط به عدم قطعیت به دلیل دقت آن بسیار رایج بوده و در اکثر مسائل به عنوان مبنای مقایسه دقت و صحت روش‌های موجود دیگر استفاده می‌شود، برای نخستین بار از روش RPEM نیز جهت در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل‌سازی آب زیرزمینی استفاده و نتایج دو روش با یکدیگر مقایسه خواهند شد. لازم به ذکر است در روش RPEM، به دلیل حجم کم محاسبات نیازی به برنامه‌نویسی نمی‌باشد که این امر به همراه صرفه‌جویی در زمان به دلیل اجرای تعداد بسیار کم مدل، دلایل اصلی استفاده از این رویکرد و مقایسه آن با روش مونت کارلو به منظور برآورد کارایی آن در این مطالعه می‌باشند.

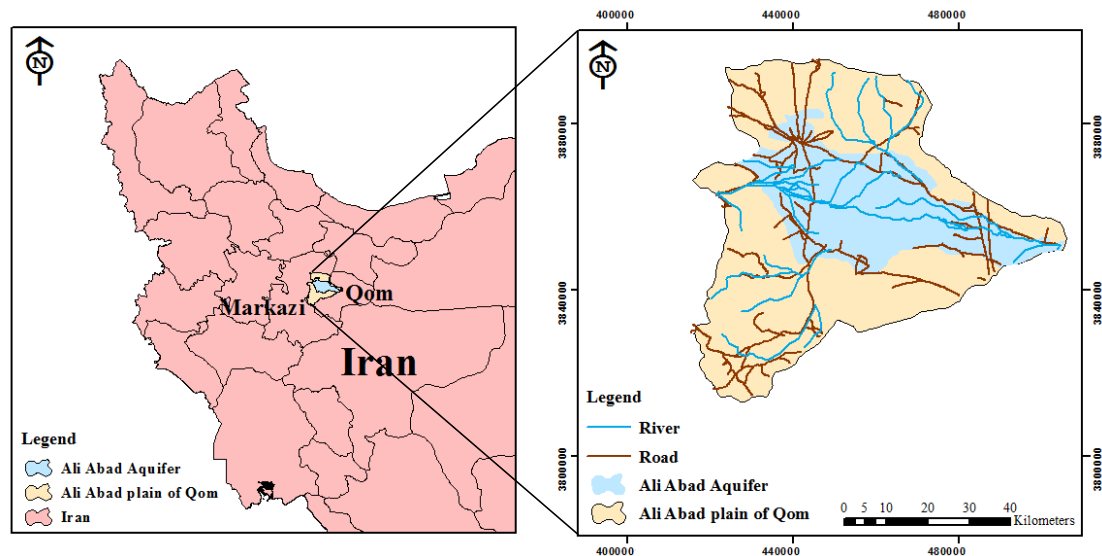


Fig. 1- Location of Qom's Ali Abad study area and aquifer's boundary  
شکل ۱- موقعیت محدوده مطالعاتی دشت علی‌آباد قم و محدوده آبخوان

## ۲-۲- مدل سازی جریان

در این مطالعه، مدل سازی جریان آب زیرزمینی توسط مدل کمی MODFLOW که در محیط نرم افزار PMWIN اجرا می شود، انجام گرفت. در این آبخوان با توجه به اطلاعاتی که از مطالعات پایه آب های زیرزمینی منطقه در دسترس است و از طرف دیگر به دلیل استفاده از شبکه رستری GIS جهت ورود اطلاعات، ابعاد سلول ها ۱۰۰۰ متر در نظر گرفته شد که در مجموع تعداد کل سلول های محاسباتی ۶۴۵ عدد می شود که شامل ۱۸ ردیف و ۵۴ ستون می باشد. آبخوان دارای دو ورودی اصلی آب زیرزمینی می باشد که در شمال و غرب دشت واقع شده است و قسمت عمده آب زیرزمینی از دو جبهه تأمین می گردد. علاوه بر ورودی آب زیرزمینی، آب های برگشتی بالادست و نیز جریانات سیلابی به صورت جریان زیرزمینی آبخوان را تغذیه می کنند. همچنین تنها جبهه خروجی آبخوان در قسمت شرقی و جنوب شرقی واقع شده است که البته به علت برداشت های زیاد در مرکز و ابتدای دشت، جریان خروجی قابل ملاحظه ای از آبخوان خارج نمی گردد. هم چنین تفاوت تراز آب زیرزمینی نیز در این آبخوان با توجه به وسعت آن بالا می باشد. سال آبی ۸۵-۱۳۸۴ برای مدل سازی در شرایط ماندگار جهت واسنجی هدایت هیدرولیکی و سال آبی ۸۳-۱۳۸۲ تا ۸۹-۱۳۸۸ برای مدل سازی در شرایط غیرماندگار جهت واسنجی ضریب ذخیره در نظر گرفته شد. شکل ۲ محدوده آبخوان، شبکه بندی مدل، موقعیت چاه های مشاهده ای و شرایط مرزی را نمایش می دهد.

## ۳-۲- روش مونت کارلو در تخمین عدم قطعیت

اساس کار روش شبیه سازی مونت کارلو، نمایش ترکیبات تصادفی با تولید آن ها با توجه به حالات ممکن از عدم قطعیت هایی است که در یک مطالعه رخ می دهد. بدین صورت که هر متغیر با استفاده از تابع توزیع احتمال آن، شبیه سازی و سپس متناظر با آن ها خروجی هر مدل یا معادله محاسبه می گردد. این عمل بارها تکرار و سپس با استفاده از داده های تولید شده به تجزیه و تحلیل میزان و نحوه تغییرات نتایج مدل پرداخته می شود. میزان عدم قطعیت پارامتر خروجی نیز از طریق محاسبه شاخص های آماری یا تعیین تابع توزیع آن بیان می گردد (Eckhardt et al., 2003). انتخاب تابع توزیع احتمال برای متغیر ورودی، یکی از مسائل موجود در روش مونت کارلو می باشد که به دلیل محدودیت اطلاعات و به دنبال آن در دسترس نبودن سری زمانی پارامتر هدایت هیدرولیکی، با توجه به وجود تنها یک عدد برای هر سلول و همچنین طبق تحقیقات پیشین، تابع توزیع یکنواخت به عنوان تابع توزیع احتمال پارامتر مذکور در نظر گرفته شده است.

## ۳-۲-۱- تولید اعداد تصادفی

از آن جایی که در روش مونت کارلو نیاز به ارائه محدوده اولیه جهت تولید نمونه های تصادفی می باشد، توسط مقادیر بهینه پارامتر هدایت هیدرولیکی که با استفاده از واسنجی و صحت سنجی مدل حاصل شده است و همچنین مقادیر حداقل و حداکثر مورد نظر برای این

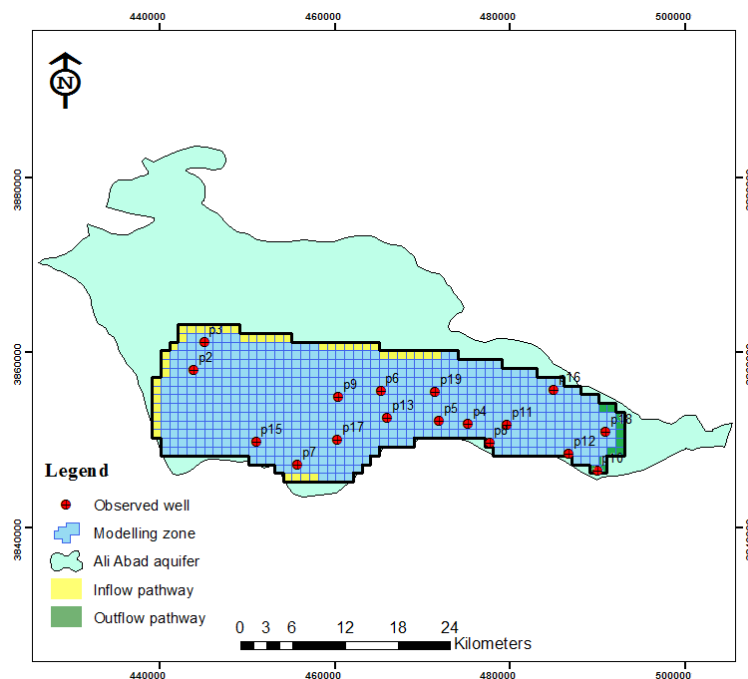


Fig. 2- Location of aquifer, modelling zone, observed wells and inflow and outflow boundaries

شکل ۲- موقعیت محدوده آبخوان، محدوده مدل سازی، چاه های مشاهده ای و مرز ورودی و خروجی

پارامتر، می‌توان به محدوده‌ای دست یافت که به آن باند عدم قطعیت اطلاق می‌شود. چگونگی انتخاب این محدوده‌ها قطعاً بر روی نتایج شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی تأثیر می‌گذارد. از این‌رو در این پژوهش به منظور ارزیابی میزان عدم قطعیت و تأثیر تغییر محدوده‌های غیرقطعی انتخابی بر مقدار عدم قطعیت تراز سطح آب زیرزمینی، از کاهش و افزایش درصدی در مقدار حاصل از واسنجی و صحت‌سنجی پارامتر هدایت هیدرولیکی جهت تعیین مقادیر حداقل و حداکثر برای تعیین بازه استفاده و اقدام به تولید اعداد تصادفی از محدوده غیرقطعی مورد نظر با روش مونت کارلو شد.

### ۲-۳-۲- استخراج داده‌ها از مدل MODFLOW

پس از تولید اعداد تصادفی توسط نرم‌افزار Simlab، باید داده‌ها وارد مدل MODFLOW گشته و به ازای هر ورودی یک خروجی حاصل شود. لذا تنها راهکار استخراج داده سطح جریان آب زیرزمینی با توجه به حجم بالای شبیه‌سازی، تهیه یک برنامه می‌باشد که داده‌های تولید شده را به ازای هر سلول در هر بازه انتخابی وارد مدل MODFLOW کرده و خروجی‌ها را برای هر سلول استخراج نماید. در این مطالعه حلقه تکرار اصلی، که نقش اجراکننده برنامه MODFLOW را دارد، درون کد برنامه‌ای نوشته شده است. برنامه مجری با تغییر فایل‌های ورودی لازم، مدل را اجرا کرده و پس از گرفتن نتایج شبیه‌سازی از فایل‌های خروجی مدل، آن‌ها را در فایل نتایج ذخیره می‌نماید. در این پژوهش، کد برنامه مورد نظر در محیط Visual Studio 2015 نوشته شده است. با تکرار عمل تولید نمونه و اجرای مدل برای هر بازه، توزیع احتمالاتی خروجی سامانه که بیانگر عدم قطعیت خروجی به ازای عدم قطعیت پارامتر ورودی می‌باشد، حاصل می‌شود. پس از تولید خروجی، توابع توزیع احتمال از جمله Normal، Uniform، LogNormal، Weibull، Beta و ... توسط نرم‌افزار EasyFit 5.5 به داده‌ها برازش داده می‌شود.

### ۲-۴- روش RPEM تک متغیره در تخمین عدم قطعیت

روش RPEM، یک تکنیک محاسباتی ساده برای تجزیه و تحلیل عدم قطعیت مشکلات و مسائل مهندسی است. این روش بر پایه بسط سری تیلور بر اساس میانگین متغیرهای اساسی تصادفی در یک مدل بنا شده است. این رویکرد را می‌توان جهت برآورد مراتب آماری از هر مرتبه خروجی مدل شامل چندین متغیر اساسی تصادفی همبسته یا غیرهمبسته استفاده کرد. این روش در اصل برای بررسی متغیرهای اساسی تصادفی متقارن توسعه داده شد (Rosenblueth, 1975)، بعد از آن جهت ارزیابی متغیرهای تصادفی نامتقارن نیز تعمیم داده شد (Rosenblueth, 1981).

این روش، تابع توزیع احتمال یا تابع جرم احتمال اصلی متغیر تصادفی  $X$  در مدل  $W=g(x)$  را با فرض این‌که کل جرم احتمال  $X$  در دو نقطه  $x_+$  و  $x_-$  متمرکز شده‌اند، تقریب می‌زند. با استفاده از تقریب دو نقطه، چهار مجهول شامل مکان  $x_+$  و  $x_-$  و جرم احتمال مربوط به آن‌ها یعنی  $p_+$  و  $p_-$  باید مشخص شود. از آنجایی‌که  $p_+ + p_- = 1$ ، سه شرط جانبی اضافی برای حل چهار مقدار مجهول لازم است. این سه شرط در واقع همان مراتب اول، دوم و سوم از متغیر تصادفی اصلی  $X$  هستند که باید توسط تقریب دو نقطه حفظ شوند. بدون تغییر ماهیت مسأله اصلی، استفاده از متغیر استاندارد  $X' = (X - \mu_x) / \sigma_x$  که دارای میانگین صفر و واریانس واحد است، راحت‌تر می‌باشد. بنابراین با لحاظ  $X'$ ، چهار معادله همزمان زیر می‌تواند برای حل  $p_+$ ،  $p_-$ ،  $x_+$  و  $x_-$  برقرار شود (Tung and Yen, 2005):

$$p_+ + p_- = 1 \quad (1)$$

$$p_+ x'_+ - p_- x'_- = \mu_x \quad (2)$$

$$p_+ x'^2_+ + p_- x'^2_- = \sigma_x^2 \quad (3)$$

$$p_+ x'^3_+ - p_- x'^3_- = \gamma_x \quad (4)$$

که در آن  $x'_+ = |x_+ - \mu_x| / \sigma_x$  و  $x'_- = |x_- - \mu_x| / \sigma_x$  ضریب چولگی متغیر اساسی تصادفی  $X$  می‌باشد. با توجه به انتخاب توزیع یکنواخت برای پارامتر غیرقطعی پارامتر هدایت هیدرولیکی و متقارن بودن آن، مقادیر  $x_+$  و  $x_-$  برابر خواهند شد با (Tung and Yen, 2005):

$$x_- = \mu_x - \sigma_x \quad (5)$$

$$x_+ = \mu_x + \sigma_x \quad (6)$$

در نهایت، میانگین و واریانس  $W=g(x)$ ، به ترتیب برابر است با (Tung and Yen, 2005):

$$\mu_w = p_+ w_+ + p_- w_- \quad (7)$$

$$\sigma_w^2 = \mu_w^2 - \mu_w'^2 = [p_+ w_+^2 + p_- w_-^2] - \mu_w'^2 \quad (8)$$

در این روش فرض شده است که تابع توزیع احتمال پارامتر غیرقطعی و به تبع سری زمانی از داده‌ها در دسترس می‌باشد، بنابراین در این پژوهش از اعداد تصادفی تولید شده در روش مونت کارلو استفاده شده است. برای هر منطقه همگن از نظر هدایت هیدرولیکی به جای اجرای مدل به ازای هر ۱۰۰۰ داده در هر بازه، طبق معادلات (۵) و (۶) از میانگین به‌علاوه و منهای انحراف استاندارد آن‌ها استفاده می‌گردد. در نتیجه برای پارامتر مورد نظر در هر بازه نیاز به اجرای تنها دو مدل است، چرا که در روش RPEM تعداد اجرای لازم برابر با دو به توان تعداد پارامتر غیرقطعی می‌باشد که در این‌جا برابر یک است. در واقع هر سلول دارای دو مقدار هدایت هیدرولیکی بوده و مدل دو بار اجرا می‌گردد که در نهایت منجر به تولید دو خروجی یعنی همان سطح آب زیرزمینی می‌شود. با داده‌های حاصل از معادلات بالا برای هر بازه، مدل MODFLOW اجرا شده و میانگین و واریانس خروجی با توجه به روابط (۷) و (۸) به‌دست می‌آید. همان‌طور که در روش مونت کارلو

$$ARIL_{CI} = \frac{1}{N} \sum \frac{Limit_{upper,t} - Limit_{lower,t}}{H_{Obs,t}} \quad (10)$$

$$P_{CI} = \frac{nH_{Obs}^{CI}}{N} \times 100 \quad (11)$$

در رابطه (۱۰)،  $(Limit_{upper,t})$  و  $(Limit_{lower,t})$  به ترتیب حد بالا و پایین محدوده اطمینان مورد نظر برای  $(t)$  امین سال شبیه‌سازی،  $(N)$  تعداد گام‌های زمانی و  $(H_{Obs,t})$  تراز سطح آب زیرزمینی مشاهداتی است. در رابطه (۱۱) نیز  $(nH_{Obs}^{CI})$  تعداد مشاهدات قرارگرفته در محدوده اطمینان مورد نظر و  $(N)$  تعداد کل مشاهدات می‌باشد (Li et al., 2009). شاخص  $NUE_{CI}$  صعودی بوده و مقادیر بیش‌تر آن نشان از مطلوب بودن این شاخص دارند. مراحل انجام پژوهش در شکل ۳ ارائه شده است.

### ۳- نتایج و تحلیل نتایج

#### ۳-۱- تعیین میزان هدایت هیدرولیکی

در این مطالعه تعداد ۱۷ چاه برای مرحله واسنجی انتخاب گردید که سطح آب محاسباتی و مشاهداتی چاه‌های مربوطه اختلافی کمتر از ۰/۵ تا ۱ متر را نشان دادند. هم‌چنین در این پژوهش بعد از واسنجی و صحت‌سنجی آبخوان مورد نظر، مقدار بهینه پارامتر هدایت هیدرولیکی به صورت یک عدد مطرح گشته، به طوری که مقادیر آن از ۱ متر بر روز در نواحی مرکزی تا ۴۰ متر بر روز در نواحی شمالی آبخوان در حال تغییر می‌باشد و آبخوان به ۲۰ محدوده همگن مطالعاتی از لحاظ مقدار هدایت هیدرولیکی تقسیم شده است. شکل ۴ نقشه پهنه‌بندی پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در این شکل به منظور نمایش بهتر، مقادیر هدایت هیدرولیکی در هشت کلاس طبقه‌بندی شدند.

نمایش بازه غیرقطعی خروجی به صورت محدوده اطمینان ۹۰٪ (و در بعضی تحقیقات، ۹۵٪) برای هر چاه مشاهداتی در تمام گام‌های زمانی مرسوم است، در روش RPEM با توجه به میانگین و انحراف معیار خروجی حاصل‌شده، از میزان میانگین به‌علاوه و منه‌ای انحراف استاندارد  $(\mu \pm \sigma)$  جهت نمایش محدوده غیرقطعی استفاده می‌گردد. البته باید توجه داشت که در برخی تحقیقات انجام گرفته، بازه غیرقطعی خروجی به صورت میانگین به‌علاوه و منه‌ای دو برابر انحراف معیار  $(\mu \pm 2\sigma)$  نمایش داده شده‌است (Yu et al., 2001).

لازم به ذکر است که جهت مقایسه نتایج حاصل از دو رویکرد مونت کارلو و RPEM لازم است عملکردشان در یک مقیاس بررسی گردد، بدین صورت که در روش مونت کارلو نیز از محدوده  $\mu \pm \sigma$  یا  $\mu \pm 2\sigma$  استفاده شود. به همین منظور علاوه بر محدوده اطمینان ۹۰٪ ارائه شده برای رویکرد مونت کارلو، شاخص‌های  $ARIL$ ،  $P$  و  $NUE$  در محدوده  $\mu \pm \sigma$  و  $\mu \pm 2\sigma$  نیز مورد ارزیابی قرار گرفتند.

#### ۲-۵- ارزیابی کمی عدم قطعیت

در این بخش جهت به کمیت در آوردن و ارزیابی میزان عدم قطعیت از معیار  $NUE_{CI}$  استفاده می‌شود که از تقسیم شاخص  $P_{CI}$  بر  $ARIL_{CI}$  حاصل می‌گردد (Rahnama et al., 2014):

$$NUE_{CI} = \frac{P_{CI}}{ARIL_{CI}} \quad (9)$$

معیار  $ARIL_{CI}$  معرف پهنای نرمال‌شده محصور بین حد بالا و حد پایین تراز محاسباتی در سطح اطمینان  $CI$  و معیار  $P_{CI}$  نشان‌دهنده درصد قرارگیری داده‌های اندازه‌گیری شده در محدوده اطمینان مورد نظر ( $CI$ ) می‌باشد (Jin et al., 2010):

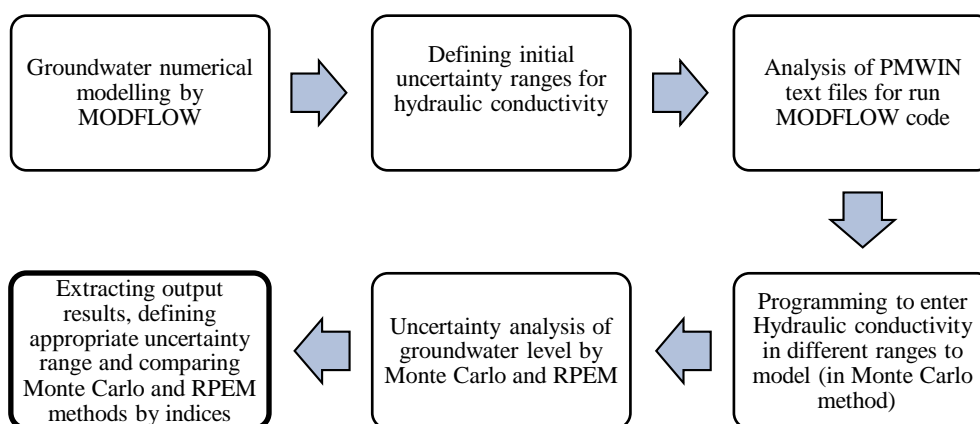


Fig. 3- Flowchart of the research processes

شکل ۳- روندنمای مراحل انجام پژوهش

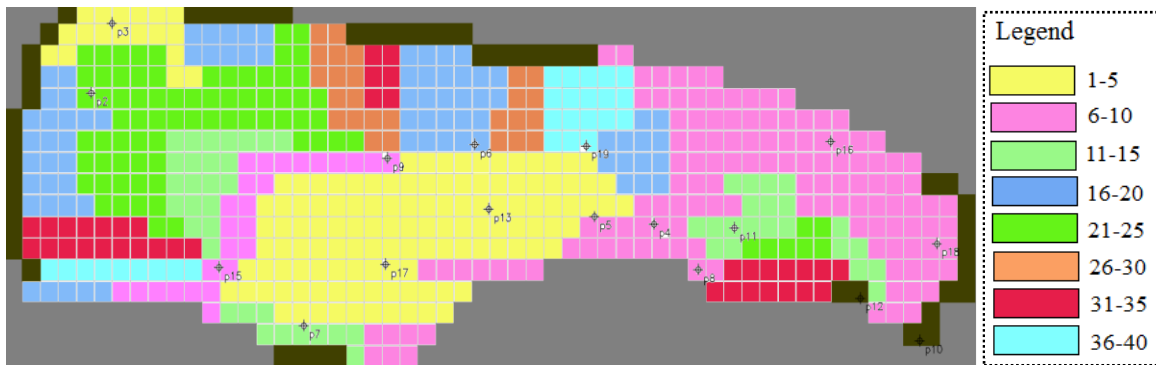


Fig. 4- Zoning map of hydraulic conductivity in PMWIN model

شکل ۴- نقشه پهنه‌بندی پارامتر هدایت هیدرولیکی در مدل PMWIN

مجموع برای هشت بازه انتخابی تعداد ۸۰۰۰ نمونه تولید و مدل MODFLOW، ۸۰۰۰ بار اجرا شد. بدین صورت که هر بازه در تمام سلول‌ها همزمان پیاده شده است.

در این پژوهش ابتدا، افزایش و کاهش ۳۰ درصدی در مقدار هدایت هیدرولیکی از واسنجی مدل مورد ارزیابی قرار گرفت. طبق رفتار روند حاصل از مقادیر تراز آب زیرزمینی با استفاده از شاخص‌های ذکر شده برای هفت گام زمانی تصمیم به ارزیابی نتایج افزایش و کاهش ۲۰، ۴۰، ۵۰ و ۶۰ درصدی در مقدار هدایت هیدرولیکی حاصل از واسنجی مدل شد و نتایج حاصل نشان از عملکرد خوب افزایش و کاهش ۴۰ درصدی در مقدار هدایت هیدرولیکی داشت. البته به این بازه اکتفا نشده و افزایش و کاهش به صورت نامساوی در حول باند عدم قطعیت منتخب ادامه داده شد. در همین راستا با توجه به رفتار میزان شاخص‌ها، افزایش ۳۰ و کاهش ۴۰ درصدی، افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی و در نهایت افزایش ۴۰ و کاهش ۲۰ درصدی در مقدار هدایت هیدرولیکی نیز مورد بررسی قرار گرفت.

برازش توابع به داده‌های خروجی و انتخاب تابع توزیع احتمال مناسب باید برای تمام گام‌های زمانی سالانه همه چاه‌های مشاهده‌ای و همچنین تمام بازه‌های انتخابی تکرار شود که برای تمام آن‌ها توزیع نرمال برازش مناسبی بر داده‌ها داشت. پس از طی این مراحل، باید محدوده اطمینان ۹۰٪ را برای هر چاه مشاهده‌ای در تمام گام‌های زمانی و همچنین برای هر بازه به صورت مجزا به دست آورد. این محدوده همان جریان شبیه‌سازی شده تراز سطح آب زیرزمینی می‌باشد که بین دو صدک با ۹۰٪ اطمینان اتفاق می‌افتد که به این منظور از طریق نرم‌افزار EasyFit، مقدار شبیه‌سازی شده تراز سطح آب زیرزمینی به ازای احتمال ۵٪ و ۹۵٪ تعیین می‌گردد که به آن‌ها حد اطمینان ۵٪ و حد اطمینان ۹۵٪ اطلاق می‌شود.

### ۳-۲- تحلیل عدم قطعیت تراز آب زیرزمینی تحت پارامتر هدایت هیدرولیکی با روش مونت کارلو

با توجه به رفتار نوسانات تراز آب زیرزمینی تحت عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی، هشت بازه غیرقطعی با توجه به مطلوبیت معیارهای مورد نظر انتخاب شد که به صورت خلاصه در جدول ۱ آورده شده است.

Table 1- Uncertainty ranges for analyzing uncertainty of groundwater level using hydraulic conductivity

جدول ۱- بازه‌های غیرقطعی جهت تحلیل عدم قطعیت تراز سطح آب زیرزمینی با لحاظ پارامتر هدایت هیدرولیکی

Increasing in hydraulic conductivity	Reduction in hydraulic conductivity
20%	20%
30%	30%
40%	40%
50%	50%
60%	60%
40%	30%
40%	20%
30%	40%

هرکدام از سطرها نشان‌دهنده یک بازه می‌باشد که حاصل افزایش و کاهش درصدی در مقدار واسنجی بوده است. بر اساس میزان خطای مورد قبول، تعداد ۱۰۰۰ نمونه برای هر بازه غیرقطعی انتخابی به روش کاملاً تصادفی توسط نرم‌افزار Simlab 2.2 تولید گردید. با آزمایش تعداد نمونه‌های مختلف مشخص گردید افزایش بیش‌تر این تعداد، تأثیر چندانی در همگرایی به سمت یک میانگین واحد ندارد. لازم به ذکر است که فرآیند تولید اعداد تصادفی برای هر منطقه همگن از نظر میزان هدایت هیدرولیکی و برای هر بازه انتخابی باید تکرار شود. در



۴۰٪+ و ۲۰٪- مقادیر بیش‌تری را نسبت به بازه ۴۰٪+ و ۳۰٪- دارا هستند.

نکته دارای اهمیت این است که بهبودی در مقدار شاخص  $P_{90\%}$  چاه‌های مشاهده‌ای  $P_2, P_3, P_15$  و  $P_{19}$  با افزایش بازه انتخابی حاصل نشد، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر کم فاکتور  $P_{90\%}$  برای این چاه‌ها، به علت بالا بودن سهم خطای ناشی از عدم قطعیت پارامترهای دیگر مدل‌سازی و هم‌چنین دو منبع دیگر یعنی داده‌های ورودی و ساختار مدل می‌باشد. به عبارتی مشخص شد که بازه کمتر از ۲۰٪ منجر به کاهش شاخص  $P_{90\%}$  و بازه بیشتر از ۶۰٪ باعث افزایش معیار  $ARIL_{90\%}$  می‌شود که در هر دو حالت کاهش مقدار  $NUE_{90\%}$  را به همراه خواهد داشت. نکته دیگر این‌که روند تغییرات معیارهای بررسی شده در بازه‌های مختلف نشان از اختلاف کم این معیارها در محدوده‌های متفاوت دارد که با توجه به این امر از تغییر ۵ درصدی بازه‌ها نسبت به یکدیگر صرف‌نظر شد و در این پژوهش تغییر ده درصدی مورد کفایت واقع شد.

پس از مقایسه‌ی نتایج، باند عدم قطعیت منتخب محدوده‌ای از پارامترها خواهد بود که علاوه بر شبیه‌سازی سطح آب زیرزمینی نزدیک به مقدار مشاهداتی، منجر به تولید بازه کوچک‌تری از عدم قطعیت در خروجی گشته که توسط معیار  $ARIL_{90\%}$ ،  $P_{90\%}$  و در نهایت  $NUE_{90\%}$  ارزیابی شد. بدین صورت که این شاخص‌ها برای هر چاه در هر بازه به طور جداگانه محاسبه شد و عملکرد هر چاه در بازه‌های مورد نظر طبق شاخص‌های مذکور مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش، مناسب‌ترین باند عدم قطعیت افزایش ۴۰٪ و کاهش ۳۰٪ درصدی در مقدار حاصل از واسنجی پارامتر هدایت هیدرولیکی به دست آمد. نتایج حاصل از شاخص تجمیع  $NUE_{90\%}$  برای بازه‌های مذکور در جدول ۲ و شاخص‌های  $ARIL_{90\%}$ ،  $P_{90\%}$  و  $NUE_{90\%}$  برای مناسب‌ترین بازه، یعنی بازه افزایش ۴۰٪ و کاهش ۳۰٪ درصدی در مقدار حاصل از واسنجی در جدول ۳ نمایش داده شده است. با توجه به مقایسه جدول ۲ و ۳ مشخص است که تمام چاه‌های مشاهده‌ای به جز  $P_4$  و  $P_{17}$  در بازه ۴۰٪ افزایش و ۳۰٪ کاهش عملکرد بهتری را نسبت به بقیه بازه‌ها داشته‌اند، به این معنی که شاخص کل  $NUE_{90\%}$  بازه مذکور در ۱۴ چاه مشاهده‌ای بالاتر از دیگر بازه‌ها بوده و تنها چاه  $P_4$  و  $P_{17}$  در بازه

**Table 2- Index values of  $NUE_{90\%}$  in different uncertainty ranges by Monte Carlo method**  
**جدول ۲- مقادیر شاخص  $NUE_{90\%}$  در بازه‌های مورد نظر توسط روش مونت کارلو**

Observed wells	$NUE_{90\%}(\times 10^3)$ Indices values						
	-20% & +20%	-30% & +30%	-40% & +40%	-50% & +50%	-60% & +60%	-20% & +40%	-40% & +30%
P2	0	0	10.478	7.928	5.782	0	0
P3	0	0	5.704	4.604	3.529	0	0
P4	16.964	16.605	15.469	11.972	10.973	18.711	13.451
P5	17.788	21.45	22.337	18.117	14.861	21.108	16.832
P6	16.282	10.058	26.975	23.567	17.548	19.928	17.156
P7	11.991	48.908	50.085	39.439	32.045	10.451	38.658
P8	7.408	7.917	8.406	4.968	3.996	8.369	8.389
P9	17.116	24.038	28.173	23.792	26.38	25.818	29.513
P10	0	71.653	79.696	64.207	52.709	71.458	86.368
P11	11.343	12.561	15.247	12.168	10.284	15.164	13.279
P13	21.294	19.581	21.13	14.399	11.214	15.459	21.155
P15	0	7.99	13.081	10.073	7.699	10.174	7.986
P16	10.893	10.159	10.293	7.208	5.914	11.149	9.162
P17	15.345	21.054	14.74	10.716	8.967	21.398	15.811
P18	10.616	23.435	32.109	27.833	25.518	14.593	30.982
P19	0	10.807	16.659	12.457	10.099	12.931	8.916
<b>Average</b>	9.815	19.138	23.161	18.34	15.47	17.294	19.854
<b>Min</b>	0	0	5.704	4.604	3.529	0	0
<b>Max</b>	21.294	71.653	79.696	64.207	52.709	71.458	86.368



**Table 3- Indices values of ARIL<sub>90%</sub>, P<sub>90%</sub> and NUE<sub>90%</sub> by Monte Carlo method (+40% & -30% range)**  
**جدول ۳- مقادیر معیارهای ARIL<sub>90%</sub>، P<sub>90%</sub> و NUE<sub>90%</sub> توسط روش مونت کارلو (بازه +۴۰٪ افزایش و -۳۰٪ کاهش)**

Observed wells	Indices			Observed wells	Indices		
	ARIL <sub>90%</sub>	P <sub>90%</sub>	NUE <sub>90%</sub> (×10 <sup>3</sup> )		ARIL <sub>90%</sub>	P <sub>90%</sub>	NUE <sub>90%</sub> (×10 <sup>3</sup> )
P2	0.00107	14.286	13.359	P10	0.00048	42.857	88.906
P3	0.00197	14.286	7.239	P11	0.00548	85.714	15.631
P4	0.00505	85.714	16.971	P13	0.00329	71.429	21.68
P5	0.00369	85.714	23.18	P15	0.00206	28.571	13.898
P6	0.00156	42.857	27.491	P16	0.00873	100	11.455
P7	0.00169	100	59.075	P17	0.00542	100	18.457
P8	0.01181	100	8.464	P18	0.00206	71.429	34.713
P9	0.00126	42.857	34.077	P19	0.00153	28.571	18.618

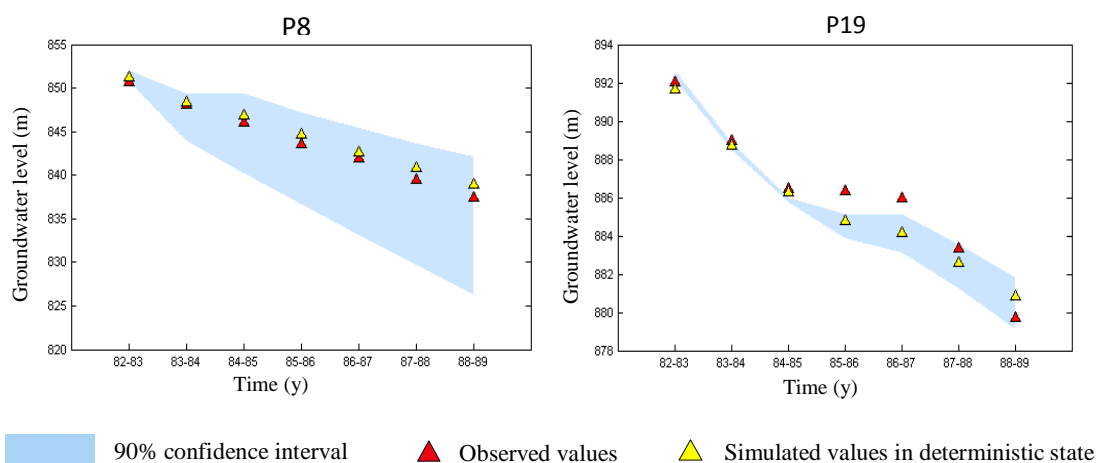
هدایت هیدرولیکی تنها اجرای دو مدل MODFLOW کفایت می‌کند. مقادیر هدایت هیدرولیکی در هر سلول عبارت است از میانگین هر سلول به علاوه انحراف استاندارد و میانگین هر سلول منهای انحراف استاندارد (طبق معادلات ۵ و ۶). در این بخش، تمام هشت بازه انتخابی مورد استفاده در روش مونت کارلو به منظور یافتن مناسب‌ترین بازه غیرقطعی با استفاده از روش RPEM بررسی شد.

در تحقیق حاضر، جهت بررسی عملکرد نتایج از هر دو صورت نمایش آن‌ها یعنی  $\mu \pm \sigma$  و  $\mu \pm 2\sigma$  بهره گرفته شده است که در نهایت از بین این دو نوع نمایش با توجه به معیارهای مورد استفاده، محدوده غیرقطعی  $\mu \pm 2\sigma$  انتخاب شد. بنابراین در مطالعه حاضر برای انتخاب مناسب‌ترین بازه در روش RPEM، از مقایسه عملکرد هریک از بازه‌ها در محدوده  $\mu \pm 2\sigma$  استفاده شده است.

با توجه به توضیحات فوق، در این پژوهش مناسب‌ترین باند عدم قطعیت افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی در مقدار حاصل از واسنجی پارامتر هدایت هیدرولیکی به دست آمد که محدوده اطمینان ۹۰٪ شبیه‌سازی شده تحت عدم قطعیت پارامتر هدایت هیدرولیکی توسط روش مونت کارلو و تعداد مشاهدات قرارگرفته در این باند عدم قطعیت برای دو چاه P8 و P19 به طور نمونه در شکل ۵ نمایش داده شده است. با توجه به این شکل، عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی بر روی میزان تراز آب زیرزمینی در گام‌های زمانی سالانه (از سال آبی ۱۳۸۲-۸۳ تا سال ۱۳۸۸-۸۹) تأثیر چشمگیری داشته است.

### ۳-۳- تحلیل عدم قطعیت تراز آب زیرزمینی تحت پارامتر هدایت هیدرولیکی با روش RPEM

همان‌طور که پیش از این گفته شد، در روش RPEM نیازی به کدنویسی نیست، چرا که در پژوهش حاضر برای پارامتر غیرقطعی



**Fig. 5- 90% confidence interval simulated by Monte Carlo method (+40% & -30% range)**  
**شکل ۵- محدوده اطمینان ۹۰٪ شبیه‌سازی شده توسط روش مونت کارلو (بازه +۴۰٪ افزایش و -۳۰٪ کاهش)**

۳-۴- مقایسه ارزیابی عدم قطعیت تراز آب زیرزمینی تحت پارامتر هدایت هیدرولیکی توسط روش مونت کارلو و RPEM

جدول ۶ مقادیر معیارهای  $ARIL_{\mu\pm 2\sigma}$ ،  $P_{\mu\pm 2\sigma}$  و  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  در ارزیابی عدم قطعیت سطح آب زیرزمینی نسبت به پارامتر غیرقطعی هدایت هیدرولیکی توسط روش مونت کارلو در محدوده  $\mu\pm 2\sigma$  را در بازه ۴۰٪ افزایش و ۳۰٪ کاهش نشان می‌دهد.

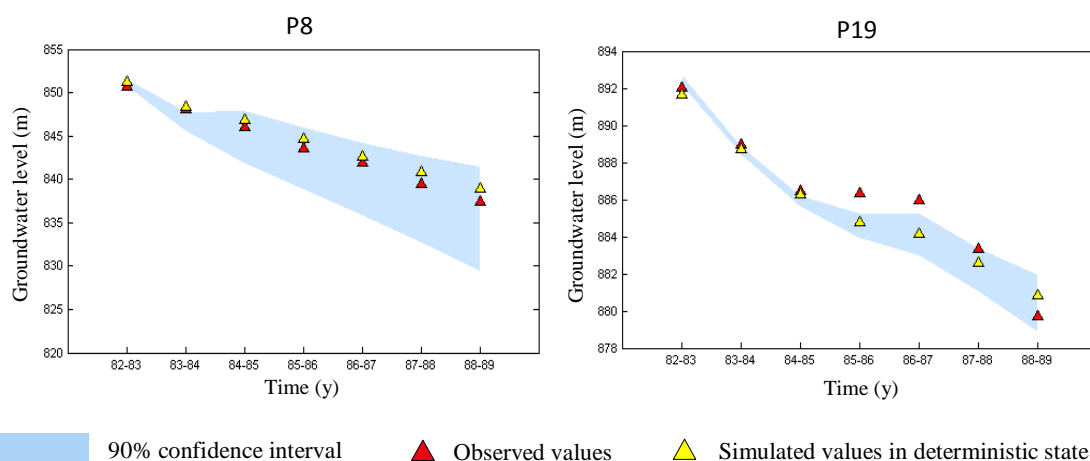
با توجه به بررسی معیارهای مورد نظر در رویکرد RPEM، همانند روش مونت کارلو، مناسب‌ترین باند عدم قطعیت افزایش ۴۰٪ و کاهش ۳۰٪ درصدی در مقدار حاصل از واسنجی پارامتر هدایت هیدرولیکی به دست آمد که مقادیر میانگین، مینیمم و ماکزیمم شاخص  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  برای بازه‌های مورد نظر در جدول ۴، معیارهای  $ARIL_{\mu\pm 2\sigma}$ ،  $P_{\mu\pm 2\sigma}$  و  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  مناسب‌ترین بازه در جدول ۵ و نمودار مربوطه برای دو چاه P19 و P8 در شکل ۶ نشان داده شده است.

**Table 4- Index values of  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  in uncertainty ranges by RPEM**  
جدول ۴- مقادیر شاخص  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  در بازه‌های غیرقطعی توسط روش RPEM

	Index values of $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$ ( $\times 10^{33}$ )						
	-20% & +20%	-30% & +30%	-40% & +40%	-50% & +50%	-60% & +60%	-20% & +40%	-40% & +30%
Average	12.649	24.325	26.02	20.842	17.896	22.79	27.05
Min	0	0	10.236	8.809	6.21	0	10.615
Max	40.858	90.306	79.973	70.496	59.533	94.469	101.225

**Table 5- Indices values of  $ARIL_{\mu\pm 2\sigma}$ ،  $P_{\mu\pm 2\sigma}$  and  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  by RPEM (+40% & -30% range)**  
جدول ۵- مقادیر معیارهای  $ARIL_{\mu\pm 2\sigma}$ ،  $P_{\mu\pm 2\sigma}$  و  $NUE_{\mu\pm 2\sigma}$  با روش RPEM (بازه ۴۰٪ افزایش و ۳۰٪ کاهش)

Observed wells	Indices			Observed wells	Indices		
	$ARIL_{90\%}$	$P_{90\%}$	$NUE_{90\%}(\times 10^3)$		$ARIL_{90\%}$	$P_{90\%}$	$NUE_{90\%}(\times 10^3)$
P2	0.00113	14.286	12.651	P10	0.00041	42.857	103.341
P3	0.00278	42.857	15.431	P11	0.00509	85.714	16.831
P4	0.00401	71.429	17.794	P13	0.00178	57.143	32.069
P5	0.00311	71.429	22.997	P15	0.00197	28.571	14.511
P6	0.00159	42.857	26.904	P16	0.00675	100	14.814
P7	0.00153	85.714	56.064	P17	0.00299	100	33.384
P8	0.00806	85.714	10.632	P18	0.00181	57.143	31.508
P9	0.00118	42.857	36.198	P19	0.00156	28.571	18.307



**Fig. 6-  $\mu\pm 2\sigma$  confidence interval simulated by RPEM method (+40% & -30% range)**  
شکل ۶- محدوده اطمینان  $\mu\pm 2\sigma$  شبیه‌سازی شده توسط روش RPEM (بازه ۴۰٪ افزایش و ۳۰٪ کاهش)

از مقایسه جدول ۵ و ۶ مشخص است که مقادیر معیارهای بررسی شده در محدوده  $\mu \pm 2\sigma$  روش مونت کارلو کمتر از روش RPEM بوده و این نشان دهنده عملکرد مناسب رویکرد RPEM با توجه به شاخص‌های لحاظ شده در این پژوهش است. بنابراین رویکرد RPEM در بازه افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی به عنوان بهترین بازه شناخته شده توانسته عملکرد مناسبی را با توجه به معیارهای مورد نظر در این تحقیق، چه بسا با مقادیر بالاتر معیارهای ارزیابی عدم قطعیت نسبت به محدوده  $\mu \pm 2\sigma$  روش مونت کارلو از خود نشان دهد.

#### ۴- خلاصه و جمع‌بندی

در این پژوهش به منظور تحلیل عدم قطعیت پارامتری مدل جریان آب زیرزمینی، پارامتر هدایت هیدرولیکی به صورت غیرقطعی در نظر گرفته شد. از میان بازه‌های غیرقطعی بررسی شده، بازه افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی در مقدار هدایت هیدرولیکی حاصل از واسنجی مدل توسط هر دو روش مونت کارلو و RPEM به عنوان مناسب‌ترین بازه انتخاب شد.

به منظور ارزیابی عملکرد روش RPEM نسبت به مونت کارلو از اختلاف نسبی شاخص‌های  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  مربوط به هر دو روش استفاده شد که مقدار اختلاف نسبی شاخص  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  روش RPEM نسبت به رویکرد مونت کارلو بر حسب درصد برای هر چاه مشاهده‌ای در جدول ۷ آورده شده است. با توجه به این جدول، مقادیر شاخص  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  رویکرد RPEM در بازه افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی به طور میانگین ۴۳٪ بیش‌تر از شاخص مربوطه در محدوده  $\mu \pm 2\sigma$  روش مونت کارلو می‌باشد.

نتایج نشان داد که با افزایش باند عدم قطعیت هدایت هیدرولیکی لزوماً مقادیر شاخص NUE افزایش نمی‌یابند، زیرا این معیار تحت تأثیر هر دو فاکتور ARIL و P است. در مقایسه نتایج حاصل از دو روش مذکور، روش RPEM توانست با مقادیر بالاتر معیارهای ارزیابی عدم قطعیت نسبت به محدوده  $\mu \pm 2\sigma$  روش مونت کارلو عملکرد مناسبی را از خود نشان دهد.

Table 6- Indices values of  $ARIL_{\mu \pm 2\sigma}$ ,  $P_{\mu \pm 2\sigma}$  and  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  by Monte Carlo (+40% & -30% range)  
جدول ۶- معیارهای  $ARIL_{\mu \pm 2\sigma}$ ،  $P_{\mu \pm 2\sigma}$  و  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  با روش مونت کارلو (بازه ۴۰٪ افزایش و ۳۰٪ کاهش)

Observed wells	Indices			Observed wells	Indices		
	ARIL <sub>90%</sub>	P <sub>90%</sub>	NUE <sub>90%</sub> ( $\times 10^3$ )		ARIL <sub>90%</sub>	P <sub>90%</sub>	NUE <sub>90%</sub> ( $\times 10^3$ )
P2	0.00183	14.286	7.806	P10	0.00093	57.143	61.628
P3	0.00299	42.857	14.315	P11	0.00679	100	14.728
P4	0.00609	85.714	14.055	P13	0.00351	71.429	20.318
P5	0.00487	85.714	17.609	P15	0.00266	28.571	10.758
P6	0.00241	42.857	17.813	P16	0.01007	85.714	8.511
P7	0.00191	85.714	44.772	P17	0.00693	100	14.423
P8	0.01207	100	8.285	P18	0.00334	100	29.981
P9	0.00172	42.857	24.917	P19	0.00198	28.571	14.408

Table 7- Relative difference of indices values of  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  in RPEM and Monte Carlo methods  
جدول ۷- اختلاف نسبی مقادیر معیار  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  در روش RPEM و مونت کارلو

Observed well	Relative difference (%)	Observed well	Relative difference (%)
P2	62.068	P10	67.685
P3	7.796	P11	14.279
P4	26.603	P13	57.835
P5	30.598	P15	34.886
P6	51.036	P16	74.057
P7	25.221	P17	131.464
P8	28.328	P18	5.093
P9	45.274	P19	27.061

- geochemical investigation. *Ground Water* 39(5): 702-712
- Jafari F, Javadi S, Golmohammadi G, Karimi N, Mohammadi K (2016) Numerical simulation of groundwater flow and aquifer-system compaction using simulation and insar technique: Saveh basin, Iran. *Environmental Earth Sciences* 75(9):1-10
- Jin X, Xu CY, Zhang Q, Singh VP (2010) Parameter and modeling uncertainty simulated by glue and a formal bayesian method for a conceptual hydrological model. *Journal of Hydrology* 383(3):147-155
- Juckem PF, Fielen MN, Hunt RJ (2014) Simulation of groundwater flow and interaction of groundwater and surface water on the lac du flambeau reservation, wisconsi. US Geological Survey Scientific Investigations Report 2014-5020, 34 p
- Li L, Xia J, Xu CY, Chu J, Wang R (2009) Analyse the sources of equifinality in hydrological model using glue methodology. IAHS publication 331(4):130-138
- Meyer PD, Ye M, Rockhold ML, Neuman SP, Cantrell KJ (2007) Combined estimation of hydrogeologic conceptual model, parameter, and scenario uncertainty with application to uranium transport at the hanford site 300 area. Pacific Northwest National Laboratory (PNNL) Richland, WA (US), 125p
- Rahnama B, Naseri M, Zahraei B (2014) Identifying optimized structure and uncertainty analysis of monthly water balance model. *Iran Water Research Journal* 8(14):77-86 (In Persian)
- Rosenblueth E (1975) Point estimates for probability moments. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 72(10):3812-3814
- Rosenblueth E (1981) Two-point estimates in probabilities. *Applied Mathematical Modelling* 5(5):329-335
- Starn JJ, Bagtzoglou AC, Robbins GA (2010) Using atmospheric tracers to reduce uncertainty in groundwater recharge areas. *Ground Water* 48(6): 858-868
- Tsai TL, Tsai PY, Yang PJ (2015) Probabilistic modeling of rainfall-induced shallow landslide using a point-estimate method. *Environmental Earth Sciences* 73(8):4109-4117
- Tung YK, Yen BC (2005) *Hydrosystems engineering uncertainty analysis*. McGraw-Hill Professional Engineering, 273p
- Varljen MD, Shafer JM (1991) Assessment of uncertainty in time-related capture zones using conditional simulation of hydraulic conductivity. *Ground Water* 29(5):737-748
- لازم به ذکر است که با توجه به میزان اختلاف نسبی مقادیر شاخص  $NUE_{\mu \pm 2\sigma}$  روش RPEM نسبت به مونت کارلو، مقادیر معیار مورد نظر در رویکرد RPEM در بازه افزایش ۴۰ و کاهش ۳۰ درصدی برای پارامتر هدایت هیدرولیکی به طور میانگین به میزان ۴۳٪ بیش تر از محدوده  $\pm 2\sigma$  روش مونت کارلو می باشد. بر اساس نتایج مطالعه حاضر واضح است که روش RPEM نتایج قابل قبولی را ارائه داد که این روش با توجه به دارا بودن حجم محاسبات بسیار کم تر نسبت به روش مونت کارلو، عدم نیاز به کدنویسی و صرفه جویی در زمان می تواند به روش کارآمدی در زمینه تحلیل عدم قطعیت پارامتری مدل سازی جریان آب زیرزمینی مورد توجه قرار گیرد. نتایج حاصل از پژوهش می تواند در بحث های مدیریتی منابع آب های زیرزمینی مورد توجه قرار گیرد، چرا که با وجود عدم قطعیت در پارامترهای مدل می توان مناسب ترین باند غیرقطعی به دست آمده را به مدل داده و پس از انجام مدل سازی، تراز سطح آب زیرزمینی را به صورت بازه تولید کرد.

#### پی نوشت ها

- 1- Rosenblueth's Point Estimation Method (RPEM)
- 2- Null-Space Monte Carlo
- 3- Point Estimation Method

#### ۵- مراجع

- Altarejos-García L, Martínez-Chenoll ML, Escuder-Bueno I, Serrano-Lombillo A (2012) Assessing the impact of uncertainty on flood risk estimates with reliability analysis using 1-d and 2-d hydraulic models. *Hydrology and Earth System Sciences* 16(7):1895-1914
- Bair ES, Safreed CM, Stasny EA (1991) A Monte Carlo-based approach for determining traveltime-related capture zones of wells using convex hulls as confidence regions. *Ground Water* 29(6):849-855
- Bogena H, Kunkel R, Montzka C, Wendland F (2005) Uncertainties in the simulation of groundwater recharge at different scales. *Advances in Geosciences* 5:25-30
- Cooley RL (1997) Confidence intervals for groundwater models using linearization, likelihood, and bootstrap methods. *Ground Water* 35(5):869-880
- Eckhardt K, Breuer L, Frede HG (2003) Parameter uncertainty and the significance of simulated land use change effects. *Journal of Hydrology* 273 (1):164-176
- Hunt RJ, Steuer JJ, Mansor MTC, Bullen TD (2001) Delineating a recharge area for a spring using numerical modeling, monte carlo techniques, and

- Yoon H, Hart DB, McKenna SA (2013) Parameter estimation and predictive uncertainty in stochastic inverse modeling of groundwater flow: Comparing null-space Monte Carlo and multiple starting point methods. *Water Resources Research* 49(1):536-553
- Yu PS, Yang TC, Chen SJ (2001) Comparison of uncertainty analysis methods for a distributed rainfall-runoff model. *Journal of Hydrology* 244(1):43-59
- Wu JC, Lu L, Tang T (2011) Bayesian analysis for uncertainty and risk in a groundwater numerical model's predictions. *Human and Ecological Risk Assessment: An International Journal* 17(6):1310-1331
- Wu J, Zeng X (2013) Review of the uncertainty analysis of groundwater numerical simulation. *Chinese Science Bulletin* 58(25):3044-3052