تحقیقات منابع آب ایران
Iran-Water Resources Research

سال چهاردهم، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷
Volume 14, No. 2, Summer 2018 (IR-WRR)
۸۹-۹۹

بررسی احتمال وقوع و تداوم روزهای بارانی با استفاده از مدل زنجیرۀ مارکوف (مطالعۀ موردی شهر لامرد)

نیما توان‌پور [۱] ، علی اصغر قائمی [۲*] ، تورج هنر [۳] و امین شیروانی [۴]

چکیده

از جمله نیازهای اساسی در برنامه‌ریزی‌های منابع آب، پیش‌بینی مقدار آب برای مصارف کشاورزی، صنعتی و شهری است. از این رو، لازم است توان آبی هر منطقه برای گام‌های زمانی مختلف برای برنامه‌ریزی‌های کارآمد از طریق روش‌های مناسب و مطمئن پیش‌بینی شود. تحلیل‌های احتمالی، روش‌هایی مفید برای پیش‌بینی پدیده‌هایی نظیر بارش می‌باشند. از جملۀ این روش‌ها می‌توان به زنجیرۀ مارکوف اشاره کرد. زنجیرۀ مارکوف حالتی خاص از مدل‌هایی است که در آنها حالت کنونی یک سیستم به حالات قبلی آن بستگی دارد. در پژوهش حاضر، با استفاده از آمار موجود بارش روزانه مربوط به ۲۲ سال (۱۹۹۵-۲۰۱۶) ایستگاه هواشناسی شهر لامرد (واقع در استان فارس)، تواتر و تداوم روزهای بارانی در این شهر با استفاده از مدل زنجیرۀ مارکوف مورد مطالعه قرار گرفت. در این مطالعه، به دلیل ناچیز بودن تعداد بارش روزانه در ماه‌های مه تا اکتبر، از این ماه‌ها صرفنظر شد. داده‌های بارش روزانه براساس ماتریس فراوانی تغییر حالات رخداد روزهای خشک و بارانی مرتب شده و ماتریس انتقال بر اساس روش حداکثر درستنمایی محاسبه گردید. در تحقیقاتی که در ایران جهت پیش‌بینی بارش با استفاده از زنجیرۀ مارکوف صورت گرفته است، تنها از زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول استفاده شده که چه بسا همخوانی مناسبی با داده‌ها نداشته و نتایج نادرستی را ارائه داده است. اما در تحقیق حاضر، با روش‌های آماری دقیق، مرتبۀ مناسب زنجیرۀ مارکوف، تشخیص داده شده و به کار گرفته شد. ماتریس‌های احتمال ایستا و دورۀ بازگشت تداوم روزهای بارانی ۲ تا ۵ روزه برای ماه‌های مذکور محاسبه گردید. نتایج نشان داد که احتمال وقوع بارش در هر روز ۰/۱۲۶ و احتمال عدم وقوع بارش ۰/۸۷۴ است. همچنین مشخص شد که بیشترین احتمال وقوع روزهای بارش در ماه‌های ژانویه و مارس و کمترین احتمال وقوع مربوط به ماه مارس بوده است. جهت اعتبارسنجی نتایج، پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت بدست آمده را با نتایج واقعی ماه‌های ژانویه، فوریه و مارس سال ۲۰۱۷ میلادی با استفاده از آزمون‌های متداول برابری درصدها مورد مقایسه قرار گرفت که این نتایج آزمون‌ها نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌ها قویاً مورد تأیید قرار می‌گیرند.

کلمات کلیدی: زنجیرۀ مارکوف، روز بارانی، روز خشک، تداوم، دورۀ بازگشت.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۴/۱۱
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۶/۸/۱۸

Investigation the Occurrence Probability and Persistence of Rainy Days by Using Markov Chain Model (Case Study: Lamerd City)

N. Tavanpour [1] , A.A. Ghaemi [2] , T. Honar [3] and A. Shirvani [3]*

Abstract

One of the primary needs of planning for the management of water resources is to predict the amount of water necessary for agricultural practices, industrial usage and municipal consumption. Accordingly, it is necessary to determine the potential of water supply in different time scales for efficient plans by appropriate and reliable methods. The probability analysis is useful methods for prediction of components such as precipitation. The Markov chain is among these methods. Markov chain models are a special case of models in which the current state of a system depends on its previous state. In the present study, using available records of daily rainfall for 22 years (1995-2016) of the Lamerd weather station (in Fars Province), frequencies and durations of rainy days were studied by using Markov chain model. In this study, the period of May to October was disregarded due to the insignificant number of daily precipitation events. The daily rainfall data were arranged based on the transition matrix of occurrence of dry and wet days, while the transition matrix was calculated based on the maximum likelihood method. In previous studies done in Iran, only the first order of the Markov chain was used to forecast precipitation by using the Markov chain, which may not be in good agreement with the data and may resulted in incorrect results. But in this study, by using an accurate statistical method, the appropriate order of the Markov chain was diagnosed to be used. Matrixes of stationary probability and the return periods of rainy days for 2 to 5-day precipitations were determined for the studied months in this research. The results showed that the probability of precipitation per day is 0.126, and the probability of absence of precipitation is 0.874. It was also found that the highest probability of having rainy days occur in the months of January and March, and that precipitation in Lamerd city does not exhibit temporally homogenous distribution.

Keywords: Markov Chain, Rainy Day, Dry Day, Persistence, Return Period.
Received: July 2, 2017
Accepted: November 9, 2017

۱- دانشجوی دکتری علوم و مهندسی آب، بخش مهندسی آب، دانشکدۀ کشاورزی، دانشگاه شیراز.
۲- دانشیار بخش مهندسی آب، دانشکدۀ کشاورزی، دانشگاه شیراز.
۳- دانشیار بخش مهندسی آب، دانشکدۀ کشاورزی، دانشگاه شیراز.
۴- دانشیار بخش مهندسی آب، دانشکدۀ کشاورزی، دانشگاه شیراز.
*- نویسنده مسئول
بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان پائیز ۱۳۹۷ امکانپذیر است.

1- Ph.D. Candidate of Water Engineering, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, Iran.
2- Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, Iran. Email: ghaemiali@yahoo.com
3-Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, Iran.
4-Associate Professor, Department of Water Engineering, Faculty of Agriculture, Shiraz University, Shiraz, Iran.
*- Corresponding Author

۱- مقدمه

افزایش یا کاهش بارندگی نسبت به شرایط نرمال که به ترتیب موجب افزایش خطر بروز سیل و باعث خشکسالی می‌شود، پیامدهای اقتصادی و اجتماعی متفاوتی به دنبال دارد. لذا آگاهی از توزیع احتمال بارندگی‌ها زمینهٔ مناسبی را برای برنامه‌ریزی منابع آب فراهم می‌آورد (Yusefi et al., 2007). بارش، به عنوان یکی از متغیرهای اساسی مؤثر بر منابع آب در ایران، از توزیع زمانی و مکانی بسیار ناموزونی برخوردار است. تغییرپذیری زمانی و مکانی بارش اهمیت ویژه‌ای در ارزیابی منابع آب حوضه‌های آبریز و مطالعهٔ نسبی منابع آب محلی و منطقه‌ای دارد (Mirmousavi and Zohreh Vandi, 2011). از جمله نیازهای اساسی در برنامه‌ریزی‌های منابع آب، پیش‌بینی مقدار آب برای مصارف کشاورزی، صنعتی و شهری است. از این رو، لازم است توان آبی هر منطقه برای گام‌های زمانی مختلف برای برنامه‌ریزی‌های کارآمد از طریق روش‌های مناسب و مطمئن پیش‌بینی شود (Raziei et al., 2003). از آن جایی که ایران در اقلیم خشک و نیمه خشک واقع شده است، پیش‌بینی بلندمدت بارش برای برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب دارای اهمیت است. تصمیم‌گیرندگان منابع آب نیاز به پیش‌بینی‌های مطمئنی برای تصمیم‌گیری‌های مدیریتی دارند (Sedaghat Kerdar and Fattahi, 2008).

یک فرایند استوکاستیکی به صورت مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی که تابعی از زمان است، تعریف می‌شود. بارندگی مشاهده شده در یک نقطه، یک فرایند هیدرولوژیکی است که به طور پیوسته ثبت شده است. تجزیه و تحلیل، با تبدیل این فرایند پیوسته به یک فرایند گسسته با فاصلهٔ زمانی Δt صورت می‌گیرد (Khanal and Hamrick, 1971). پیش‌بینی، در صورتی امکان‌پذیر است که اطلاعاتی در مورد گذشتهٔ آنها موجود باشد. به طور مثال، پیش‌بینی مقدار بارش‌ها در صورتی ممکن است که آگاهی از مشخصه‌های بارش گذشته در دست باشد (Yusefi et al., 2007). پیش‌بینی پدیده‌های جوی به دو صورت دینامیکی و آماری امکان پذیر است. مدل‌های دینامیکی بر قوانین فیزیکی استوار است. شناخت دقیق این قوانین، که همواره با سه فاز جامد و مایع و بخار آب و تبادلات انرژی بین این سه فاز مرتبط است و بکارگیری این قوانین در زمان واقعی با مشکلات خاص مواجه است. دستهٔ دیگر مدل‌های پیش‌بینی، مدل‌های آماری می‌باشند که عمدتاً فیزیک پدیدهٔ تحت بررسی را به طور صریح مورد توجه قرار نمی‌دهند و تنها بر تعیین ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها تأکید دارند. این دسته از مدل‌ها از نظر سهولت استفاده بر مدل‌های دینامیکی برتری دارند. اگرچه تصور کلی بر این است که نتایج مدل‌های دینامیکی بر مدل‌های آماری برتری دارند، لیکن این گزاره همیشه درست نیست و درستی آن به شناخت قوانین فیزیکی حاکم، تفصیل مدل و قدرت تفکیک آن بستگی دارد. به همین دلیل استفاده از مدل‌های دستهٔ دوم نیز در بعضی از موارد اجتناب‌ناپذیر است (Akan and Houghtalen, 2003). برای محاسبهٔ شانس وقوع رخدادهای جوی لازم است از یک مدل مناسب احتمالاتی استفاده شود. به عنوان نمونه روش‌های سری زمانی و به ویژه روش زنجیرهٔ مارکوف، از جمله مناسب‌ترین و کاربردی‌ترین روش‌های پیش‌بینی آماری در علوم جوی است که در سال‌های اخیر در پژوهش‌های مختلف مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است. Gabrieal and Neumann (1962) جزو اولین کسانی بودند که مدل زنجیرهٔ مارکوف را جهت بررسی ویژگی‌های وقوع بارش‌های روزانه مورد استفاده قرار دادند. آنها براساس این مدل نشان دادند که وقوع بارش‌های روزانهٔ تل آویو، ویژگی‌های زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول دو حالته را دارد یعنی بین وقوع بارش امروز با شرایط حاکم بر دیروز یک وابستگی وجود دارد. Hejazizadeh and Shirkhani (2005) وضعیت خشکسالی‌های استان خراسان را با استفاده از زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول دو حالته مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. نتیجهٔ بررسی، حاکی از تعیین دقیق مقدار احتمال دو روز خشک متوالی، اختلاف بین احتمالات ساده و اقلیمی وقوع روزهای تر و خشک و نیز فراوانی وقوع دوره‌های خشک و همچنین نوسان داشتن احتمال دورهٔ خشک متوالی از ۷۱ تا ۹۸ درصد می‌باشد. Asakereh (2008) تواتر و تداوم روزهای بارانی شهر تبریز را با استفاده از زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول تحلیل نمود. وی به این نتیجه دست یافت که بیشترین احتمال وقوع روزهای بارانی طی بهار بوده است. Dastidar et al. (2010) از مدل زنجیره مارکوف برای شبیه‌سازی باران‌های موسمی چهار ایستگاه هواشناسی در منطقهٔ بنگال هند استفاده کردند. این محققان از تئوری بیزین (Byesian) برای تعیین مرتبه مدل زنجیرهٔ مارکوف بهره گرفتند. نتایج نشان داد که مرتبهٔ سوم مدل زنجیره مارکوف بهترین توصیف الگوی بارش را برای تمام ایستگاه‌ها به جز یک ایستگاه دارا است. Bigdeli and Esmaili (2010) از داده‌های بارش روزانهٔ رشت برای یک دورهٔ ۱۱ ساله برای تحلیل روزهای بارانی و خشک فصول بهار و تابستان با استفاده از مدل زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول بهره جستند. نتایج نشان داد که در فصل تابستان، تعداد روزهای خشک بیشتر از روزهای بارانی بود. همچنین احتمال وقوع دو روز متوالی خشک بیش از تعداد روزهای مرطوب در فصل تابستان می‌باشد. Jalali et al. (2011) احتمال وقوع روزهای بارانی در شهر ارومیه را با استفاده از مدل زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول مطالعه کردند. نتایج مطالعات نشان داد که بیشترین احتمال وقوع روزهای بارش در بهار به ویژه ماه آوریل است. Rahimi et al. (2011) در مطالعه‌ای

ویژگی‌های مرتبط با دوره‌های تر و خشک کوتاه مدت دشت ورامین را به کمک زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که احتمال دورۀ خشک متوالی از ۳۳ تا ۱۰۰ درصد نوسان داشت. احتمال اقلیمی وقوع هفته‌های خشک از ۴۲ تا ۱۰۰ درصد بـا متـوسط احتـمال آن در حدود ۷۰ درصد در تغییر است. Salami et al. (2012) در تحقیقی دوره‌های تر و خشک شهر اردبیل را با استفاده از آمار بارش روزانه مربوط به ۳۱ سال (۲۰۰۷-۱۹۷۷) و زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول مورد تحلیل قرار دادند. دورۀ بازگشت بارش حدود ۴ روز و دورۀ بازگشت خشکی حدود ۱ روز برآورد گردید و احتمال وقوع بارش در هر روز ۰/۲۳۶۱ و احتمال عدم وقوع آن ۰/۷۶۳۸ بدست آمد. شهر لامرد دارای اقلیم گرم و خشک است و در این منطقه، کشت دیم محصولاتی همچون گندم، جو و کلزا صورت می‌گیرد. تغییرات مقدار و نحوه توزیع نزولات جوی در واحدهای زمانی مختلف، به همراه تداوم وقوع و عدم وقوع بارش اثرات شدیدی بر صنعت کشاورزی به‌خصوص در بخش زراعت دیم دارد. لذا پیش‌بینی وضعیت بارش و مدیریت منابع آب (با توجه به کمبود منابع آبی) در این منطقه، بسیار حائز اهمیت است. از آنجایی که تاکنون در این منطقه تحقیقی در خصوص پیش‌بینی وقوع و تداوم بارش صورت نگرفته است، در مقالۀ حاضر سعی شده است با استفاده از مدل مارکوف احتمالات وقوع بارش و در نهایت پیش‌بینی آنها برای آینده برآورد شود.

۲- روش تحقیق

۲-۱- منطقۀ مورد مطالعه

شهر لامرد در طول جغرافیایی ۵۴ درجه و ۵۲ دقیقۀ شرقی و عرض جغرافیایی ۲۸ درجه و ۲۷ دقیقۀ شمالی در جنوبی‌ترین نقطۀ استان فارس واقع شده است. با ارتفاع ۴۵۰ تا۵۰۰ متر از سطح دریا و متوسط بارندگی سالانه حدود ۲۱۶ میلیمتر و تبخیر سالانه ۴۰۰۰ میلیمتر دارای آب و هوای گرم و خشک می‌باشد. حداکثر دمای مطلق در فصل تابستان ۵۰ درجه و حداقل دمای مطلق آن، صفر درجۀ سانتیگراد در فصل زمستان می‌باشد.

۲-۲- فرایند مارکوف

مارکوف (ریاضیدان روسی) این فرضیه را ارائه کرد که خروجی آزمایش مورد نظر تنها به خروجی آزمایش ما قبل خود بستگی دارد. این فرضیه منجر به فرمول‌بندی مفهوم کلاسیک یک فرایند استوکاستیکی شناخته شده با عنوان فرایند مارکوف (برای زمان پیوسته) و یا زنجیرۀ مارکوف (برای زمان گسسته) شد (Sariahmed, 1969). زنجیرۀ مارکوف حالتی خاص از مدل‌هایی است که در آنها حالت کنونی یک سیستم به حالات قبلی آن بستگی دارد. در تعیین حالت سیستم با استفاده از این مدل باید دو عامل را مشخص کرد که عبارتند از: ۱- حالت سیستم در زمان مشخص و ۲- احتمالات تغییر حالت خاص به حالت‌های ممکن دیگر، که اصطلاحاً به آن احتمالات انتقال می‌گویند. مدل‌های زنجیرۀ مارکوف دارای دو مزیت می‌باشند؛ اول اینکه پیش‌بینی‌ها فوراً پس از انجام مشاهدات، موجود می‌باشند؛ زیرا آنها به عنوان پیش‌بینی‌کننده تنها از اطلاعات محلی آب و هوا استفاده می‌کنند. دوم اینکه پس از پردازش داده‌های اقلیم‌شناسی، به حداقل محاسبات نیاز دارند. مرتبۀ زنجیرۀ مارکوف عبارت است از تعداد گام‌هایی از زمان گذشته که وضعیت فعلی زنجیره به آن وابستگی دارد. در عمل تلاش می‌شود از زنجیره‌های مارکوف با مراتب پایین‌تر استفاده شود چرا که اولاً تعداد پارامترهایی که باید تخمین زده شوند، کمتر بوده و در نتیجه تخمین‌های بهتری بدست می‌آید. ثانیاً استفادۀ بعدی از مدل برازش شده جهت محاسبۀ دیگر کمیت‌ها (از جمله احتمالات دوره‌های طولانی خشک)، ساده‌تر می‌باشد (Dash, 2012).

مدل زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ Nام برای یک فرایند استوکاستیکی گسسته [X_t و t=۰و۱و۲و...] می‌تواند به صورت ریاضی نوشته شود (Khanal and Hamrick, 1971):

$$\begin{aligned}&\Pr[X_t = X_t / X_{t-1} = X_{t-1},\dots, X_1 = X_1] = \\ &\Pr[X_t = X_t / X_{t-1} = X_{t-1},\dots, X_{t-N} = X_{t-N}]\end{aligned} \qquad (۱)$$

مدل زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول برای N=۱ به این صورت نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}&\Pr[X_t = X_t / X_{t-1}\dots\dots, X_1, = X_1] = \\ &\Pr[X_t = X_t / X_{t-1} = X_{t-1}]\end{aligned} \qquad (۲)$$

اگر $X_{t-1}=i$ و $X_t=j$، آنگاه سیستم تغییر وضعیتی از وضعیت i به وضعیت j در مرحلۀ t ام دارد. احتمالات تغییر وضعیت‌های مختلف که ممکن است رخ دهد، احتمال انتقال نام دارد و در زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول به این صورت نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}&P_{ij} = P[X_t = j / X_{t-1} = i] = \\ &\frac{P[X_{t-1} = i, X_t = j]}{P[X_{t-1} = i]}\end{aligned} \qquad (۳)$$

به بیان بهتر این مدل بیان می‌کند که پیش‌بینی مقدار فردا، منحصراً به وسیلۀ داده‌های امروز قابل انجام بوده و داده‌های روزهای قبل تأثیری در آن نخواهند داشت.

در این تحقیق، فضای حالت (S) در یک روز معین، یکی از دو وضعیت $S = \{W, D\}$ خواهد بود که در آن D، معرف روز خشک و W، معرف

روز بارانی است. همچنین در این تحقیق با توجه به شرایط محیطی لامرد، مقدار ۰/۱ میلیمتر بارش در روز به عنوان آستانهٔ تعیین روز بارانی از خشک در نظر گرفته شد.

ماتریس احتمال انتقال زنجیره مارکوف دو وضعیتی به صورت زیر قابل تعریف است:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ W \end{array} & \begin{bmatrix} P_{00} & P_{10} \\ P_{01} & P_{11} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۴)$$

که در این ماتریس، اندیس صفر و یک به ترتیب به عنوان روز خشک و بارانی است و مقدار احتمال چهار حالت را نشان می‌دهد. به عبارتی احتمال وجود یک روز خشک بعد از یک روز خشک P_{00}، احتمال وجود یک روز بارانی بعد از یک روز خشک P_{10}، احتمال وجود یک روز بارانی بعد از یک روز خشک P_{01} و احتمال وجود یک روز بارانی بعد از یک روز بارانی P_{11} می‌باشد. از این رو رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود:

$$P_{ij} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\} \quad i, j = 0, 1 \qquad (۵)$$

برای بدست آوردن ماتریس احتمال‌های تغییر وضعیت باید در ابتدا ماتریس شمارش فراوانی محاسبه شود (Selvaraj and Selvis, 2010). در این پژوهش، ماتریس فراوانی دو وضعیتی به شرح زیر ساخته شده است:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} D & W \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ W \end{array} & \begin{bmatrix} n_{00} & n_{01} \\ n_{10} & n_{11} \end{bmatrix} \end{array} \qquad (۶)$$

که در این ماتریس، n_{00} بیانگر تعداد روزهایی که یک روز خشک به دنبال یک روز خشک، n_{01} تعداد روزهایی که یک روز بارانی بعد از یک روز خشک، n_{10} تعداد روزهایی که یک روز خشک بعد از یک روز بارانی و n_{11} تعداد روزهایی را نشان می‌دهد که یک روز بارانی پس از یک روز بارانی اتفاق افتاده است. احتمال‌های انتقال براساس فراوانی‌های نسبی در یک دورهٔ آماری طولانی و به روش حداکثر درستنمایی برآورد می‌گردند.

ماتریس احتمال انتقال دارای ویژگی‌های زیر است:

الف) برای تمام عناصر این ماتریس داریم: $\forall\, i, j \quad 0 \le P_{ij} \le 1$

ب) جمع احتمال‌های انتقال از یک حالت به تمام حالت‌های ممکن دورهٔ زمانی بعدی باید برابر یک باشد، یعنی در اینجا:

$$P_{00} + P_{01} = 1 \qquad (۷)$$
$$P_{10} + P_{11} = 1$$

ج) اگر P ماتریس احتمال انتقال یک زنجیرهٔ مارکوف باشد، خواهیم داشت:

$$P^{(n)} = P^{(0)} P^{n} \qquad (۸)$$

که در آن $P^{(n)}$ نشان‌دهندهٔ احتمال انتقال n دوره ای است یعنی پس از گذشت n مرحله از لحظه آغاز فرآیند، احتمال قرار گرفتن در هر یک از وضعیت‌های صفر یا یک چگونه است. $P^{(0)}$ نشانگر احتمال‌های مرحلهٔ آغازین است و P^{n} برابر است با n دفعه ضرب کردن ماتریس احتمال انتقال P در خودش (Cox and Miller, 1977).

همانگونه که در بالا بدان اشاره شد با استفاده از روش حداکثر درستنمایی می‌توان مقادیر احتمال‌های انتقال را تخمین زد که نتایج آن برای ماتریس فوق عبارتند از:

$$\widehat{P}_{00} = \frac{n_{dd}}{n_{00}+n_{01}} \qquad (۹)$$
$$\widehat{P}_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00}+n_{01}} \qquad (۱۰)$$
$$\widehat{P}_{10} = \frac{n_{10}}{n_{10}+n_{01}} \qquad (۱۱)$$
$$\widehat{P}_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10}+n_{11}} \qquad (۱۲)$$

اکنون لازم است به ارزیابی این موضوع بپردازیم که آیا اساساً مدل زنجیرهٔ مارکوف برای سری داده‌های بارش مناسب است یا خیر. برای این منظور از آزمون مربع کای استفاده می‌شود. فرض صفر این آزمون بر این ایده استوار است که سری داده‌ها مستقل هستند (Hoaglin et al., 2011):

H_0: سری داده ها مستقل است

H_1: سری داده ها زنجیره مارکوف مرتبه اول است

و یا

$$\begin{cases} H_0: P_{ij} = P_{i.} & \forall\, i, j \\ H_1: P_{ij} \neq P_{i.} & \exists\, i, j \end{cases}$$

آمارهٔ این آزمون تحت فرض استقلال مقادیر سری داده‌ها عبارت است از:

$$X_0^2 = \sum_{i=0}^{1} \sum_{j=0}^{1} \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \qquad (۱۳)$$

که در آن n_{ij} مقادیر فراوانی مشاهدات در درایهٔ ijام از ماتریس فراوانی و e_{ij} فراوانی‌های انتقال مورد انتظار در گذر از حالت i به j را تحت فرض استقلال برای درایهٔ ij ام از ماتریس فراوانی مشخص می‌کند و به صورت $e_{ij} = \frac{n_{i.}\, n_{.j}}{n_{..}}$ $(i, j = 0,1)$ است که در اینجا $n_{i.} = n_{i0} + n_{i1}$ نشانگر تعداد روزهایی است که روز قبل از آن سری داده‌ها در موقعیت iام (i=0,1) بوده؛ $n_{.j} = n_{0j} + n_{1j}$ تعداد روزهایی که سری داده‌ها، روز جاری را در موقعیت jام (j=0,1) به سر برده است و $n_{..}$ تعداد کل روزهای در نظر گرفته شده در مطالعه می‌باشد. X_0^2 محاسبه شده از رابطه ۱۵ از توزیع مربع کای با درجهٔ آزادی ۱ تبعیت می‌نماید و لذا با عدد جدول توزیع مربع کای در سطح معنی‌داری ۰/۰۱ مقایسه می‌شود و در صورتی که X_0^2 از مقدار عدد جدول بزرگتر باشد فرضیه صفر بالا رد می‌شود (Zarei, 2006).

با توجه به اینکه مرتبهٔ زنجیرهٔ مارکوف در محاسبهٔ دورهٔ بازگشت تداوم‌های مختلف بارش نقش تعیین کننده‌ای دارد، لازم است قبل از

محاسبهٔ دورهٔ بازگشت، مرتبهٔ زنجیرهٔ مارکوف برای ماه‌های مختلف در داده‌های موجود بررسی شود. بدین ترتیب که ابتدا آزمون فرض مقایسهٔ بین مرتبهٔ اول و دوم به شکل زیر انجام شود:

$$\begin{cases} H_0: & \text{ماتریس احتمال انتقال، زنجیره مارکوف مرتبه اول است} \\ H_1: & \text{ماتریس احتمال انتقال، زنجیره مارکوف مرتبه دوم است} \end{cases}$$

و یا

$$\begin{cases} H_0: P_{ijk} = P_{jk} & \forall i,j,k \\ H_1: P_{ijk} \neq P_{jk} & \exists i,j,k \end{cases}$$

با به‌کارگیری روش آزمون نسبت درستنمایی، آمارهٔ آزمون فوق به صورت زیر خواهد بود:

$$X^2 = 2\sum_{i=1}^{1}\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=0}^{1} n_{ijk}\left(\ln\left(\frac{n_{ijk}}{n_{ij.}}\right) - \ln\left(\frac{n_{.jk}}{n_{.j.}}\right)\right) \quad (۱۴)$$

این آماره مجانباً (به صورت تقریبی) دارای توزیع مربع کای با درجه آزادی دو است که با توجه به نقطهٔ صدکی توزیع مربع کای در سطح معنی‌داری ۵٪ که برابر ۵/۹۹ است می‌توان تصمیم بر رد یا قبول فرض H_0 گرفت.

احتمال‌های انتقال در زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ دوم به قرار زیر است:

$$P_{ijk} = P\{X_{t+1} = k | X_t = j, X_{t-1} = i\} \quad \forall\, i,j,k = 0, \quad (۱۵)$$

به طریق مشابه فراوانی‌های n_{ijk} و n_{ijkm} متناظر با این احتمال‌های انتقال برای یک دورهٔ زمانی طولانی مورد شمارش قرار می‌گیرند. مجدداً با بکارگیری برآورد حداکثر درستنمایی هر یک از این احتمال‌ها مطابق با فرمول‌های زیر تخمین زده می‌شود:

$$\widehat{P}_{ijk} = \frac{n_{ijk}}{n_{ij.}} = \frac{n_{ijk}}{n_{ij0}+n_{ij1}} \quad (۱۶)$$

$$\widehat{P}_{ijkm} = \frac{n_{ijkm}}{n_{ijk\cdot}} = \frac{n_{ijkm}}{n_{ijk0}+n_{ijk1}} \quad (۱۷)$$

از آنجا که زنجیرهٔ مارکوف، نوعی دادهٔ رتبه‌ای محسوب می‌شود برای آزمون اینکه آیا داده‌ها نشانگر وضعیت مارکوفی هستند یا روندی برآنها حاکم است؛ معقول‌تر است از روش رتبه‌ای استفاده شود. یکی از روش‌های معمول، به کارگیری آزمون رتبه‌ای اسپیرمن است در این شیوه ابتدا اختلاف بین رتبهٔ هر مقدار و ترتیب آن در سری $(d_i\,; i = 1, \dots, n)$ محاسبه شده و سپس آمارهٔ اسپیرمن (r_s) از رابطهٔ ۱۸ محاسبه می‌شود:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} \quad (۱۸)$$

۲-۳- بررسی وضعیت ماتریس احتمال ایستا

یکی از بررسی‌های مهم در بحث زنجیره‌های مارکوف، دستیابی به زنجیرهٔ ایستاست. ایستا بودن زنجیره بدین مفهوم است که وقوع بارندگی در طی دورهٔ مورد بررسی، روند قابل ملاحظه‌ای ندارد. یعنی احتمال وقوع بارش در سرتاسر دوره به یک میزان است. از لحاظ نظری، ایستا بودن به این معناست که بعد از گذشت یک دورهٔ طولانی از زمان، سیستم تحت بررسی در یک وضعیت تعادل آماری قرار گیرد بدین معنی که احتمال‌های انتقال، مستقل از شرایط اولیهٔ زنجیره باشند. بنابراین اگر این تعادل آماری قابل دستیابی باشد و برای دو وضعیت خشک و بارانی احتمال‌های ایستا به ترتیب با π_0 و π_1 نشان داده شود. دستگاهی همگن از معادلات در فرم ماتریسی حاصل از حدگیری از معادلهٔ ۸ خواهیم داشت:

$$\pi = \pi P \quad (۱۹)$$

که در آن $\pi = (\pi_0, \pi_1)$ بردار احتمال‌های ایستا و P ماتریس احتمال انتقال است که آن را می‌توان به شکل کلی $P = \begin{bmatrix} 1-\alpha & \alpha \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix}$ که $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ نوشت.

اکنون با قرار دادن ماتریس P در معادله (۱۹) به معادله $\pi_0\alpha - \pi_1\beta = 0$ خواهیم رسید و از آنجا که $\pi_0 + \pi_1 = 1$ است. بنابراین احتمال‌های ایستا به قرار زیر به دست خواهد آمد:

$$\pi_0 = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \quad (۲۰)$$

$$\pi_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \quad (۲۱)$$

همچنین می‌توان احتمال‌های ایستا را از طریق ضرب متوالی ماتریس احتمال انتقال اولیه در خودش تا جایی که همهٔ سطرهای ماتریس حاصل با یکدیگر برابر شوند (به طوری که اگر مجدداً آن را در ماتریس اولیه ضرب کنیم، تغییری نیابد) به‌دست آورد (Cox and Miller, 1977).

۲-۴- تداوم بارش و برآورد آن

مشاهدات هواشناسی معمولاً مستقل از شرایط پیشین نیستند. این شرایط در یک زمان تمایل به ادامه یافتن و تداوم به زمان‌های بعدی دارند. این تمایل، به عنوان تداوم شناخته شده است. یکی از کاربردهای روش زنجیرهٔ مارکوف، برآورد تداوم دوره‌های m روزه است. منظور از تداوم m روزه بارش، تعداد m روز متوالی بارش است که رخ می‌دهد ولی قبل و بعد از m روز، بارش رخ نداده باشد (Grace and Eagleson, 1966).

۲-۵- مقادیر تداوم

اگر n_1 و N به ترتیب بیانگر تعداد روزهای بارانی و کل روزها در دورهٔ مورد مطالعه باشند، آنگاه برآورد تجربی P یعنی احتمال وقوع باران در این دوره به صورت $P = n_1/N$ خواهد بود. همچنین اگر فرض شود $P_1 = P_{11}$ احتمال وقوع یک روز بارانی پس از یک روز بارانی بوده و d_1 نشان دهنده تعداد گردش‌های از یک روز خشک به روز بارانی

باشد. در حقیقت d_1 برابر تعداد گردش‌های حداقل یکروزه از یک روز خشک به روز بارانی است و d_1P_1 تعداد گردش‌های حداقل دو روزه را نشان می‌دهد و در نتیجه $d_1 - d_1P_1 = d_1(1 - P_1)$، تعداد گردش‌ها دقیقاً یک روزه خواهد بود. (یعنی تعداد کل دفعاتی که تنها باران یک روزه رخ داده است) مشابه همین استدلال می‌توان دید که $d_1(1 - P_1)P_1^{m-1}$، تعداد گردش‌های دقیقاً m روزه را به‌دست خواهد آورد. به راحتی می‌توان دریافت که:

$$P_1 = 1 - \frac{d_1}{n_1} \qquad (۲۲)$$

لازم به ذکر است که $T_1 = \frac{n_1}{d_1} = \frac{1}{1-P_1}$ طول متوسط گردش‌های دقیقاً یک روزه (یعنی برآورد تداوم‌های یک روزه) و $T_m = \frac{1}{(1-P_1)P_1^{m-1}}$ طول متوسط گردش‌های دقیقاً m روزه (یعنی برآورد تداوم‌های m روزه) را نشان می‌دهد.

روش بالا، غالباً به عنوان ساده‌ترین روش جهت برآورد تداوم در شرایطی که مشاهدات دارای زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ اول باشند شناخته می‌شود اما در شرایطی که مشاهدات مارکوف مرتبۀ دوم یا بالاتر باشند، باید از روابط دیگری استفاده کرد. بدین ترتیب که ابتدا تابع احتمال مربوط به طول دورۀ بارش را به‌دست آورد و از روی آن مقدار دورۀ بازگشت محاسبه می‌شود. تابع احتمال طول دورۀ بارش (ℓ) در زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ دوم که آن را با $f_L(\ell)$ نشان می‌دهیم به قرار زیر به‌دست می‌آید (Akyuz et al., 2012):

$$f_L(\ell) = \begin{cases} P(W|WD) & \ell = 1 \\ P(W|DW)P^{\ell-2}(W|WW)P(D|WW) & \ell \geq 2 \end{cases} \qquad (۲۳)$$

بنابراین دورۀ بازگشت مربوط به یک زنجیرۀ مارکوف مرتبۀ دوم عبارتست از:

$$T(\ell) = \frac{2 + \frac{P(D|WD)}{P(W|DD)} + \frac{P(W|DW)}{P(D|WW)}}{P(W|DW)P^{\ell-2}(W|WW)P(D|WW)} \qquad (۲۴)$$

لیکن محققین، شاخص‌های دیگری نیز برای برآورد میزان تداوم پیشنهاد نموده‌اند.

اگر "نسبت تداوم" را به صورت نسبت طول متوسط گردش‌های دقیقاً یک روزه به طول متوسط تعداد روزهای بارانی تعریف کرده و آن را R بنامیم؛ داریم $R = \frac{\frac{1}{1-P_1}}{\frac{1}{1-P}} = \frac{1-P}{1-P_1}$. Besson (1924) از نسبت تداوم جهت معرفی شاخص خود به صورت زیر استفاده کرد.

$$R_B = R - 1 = \frac{1-P}{1-P_1} - 1 \qquad (۲۵)$$

در این فرمول اگر $P_1 = P$ باشد یعنی تداوم وجود ندارد پس مقدار R_B برابر صفر است و اگر وقوع بارش بعد از یک روز بارانی حتمی باشد $(P_1 = 1)$ آنگاه $R_B = +\infty$ می‌شود. لازم به ذکر است که اگر P_1 کمتر از P باشد، R_B منفی بوده و نشان‌دهندۀ وجود تمایل به تناوب، در سری مشاهدات بین وقوع و عدم وقوع بارش می‌باشد. ضمناً هرچه R_B مثبت تر باشد میل به تداوم در مشاهدات بیشتر بوده و برعکس هر چه منفی‌تر باشد گرایش سری مشاهدات به تغییر حالت یافتن پیاپی بین وقوع و عدم وقوع بارش بیشتر است. از دیگر آماره‌های معرفی شده جهت سنجش تداوم، کمیت زیر است:

$$r_B = 1 - \frac{1}{(R_B+1)^2} = 1 - \frac{1}{R^2} \qquad (۲۶)$$

که توسط Brooks and Carruthers (1953) ارائه گردید. معمولاً r_B مقداری بین صفر تا ۱ دارد که شبیه به ضریب همبستگی سریالی (تابع خودهمبستگی) عمل می‌کند. از طرف دیگر نسبت تداوم بر حسب r_B عبارتست از (Grace and Eagleson, 1966):

$$R = 1 + R_B = \frac{1}{\sqrt{1-r_B}} = 1 - \left(\frac{1-P_1}{1-P}\right)^2 \qquad (۲۷)$$

۳- نتایج و تحلیل نتایج

مشخصات آماری بارش روزانۀ شهر لامرد طی ۲۲ سال (از ابتدای ژانویۀ ۱۹۹۵ تا انتهای دسامبر ۲۰۱۶) در جدول ۱ ارائه شده است. به دلیل اندک بودن تعداد بارش‌ها از ابتدای ماه مه تا انتهای ماه اکتبر، در این مطالعه از این ماه‌ها صرفنظر شده است. در این جدول تعداد روزهای بارانی، میانگین بارش روزانۀ هر ماه، حداکثر بارش روزانۀ رخ داده در هر ماه، همچنین انحراف معیار و ضریب تغییرات بارش روزانه برای هر ماه ارائه شده است.

میانگین تعداد روزهای بارانی سالانه در شهر لامرد ۶۷ روز و مجموع روزهای بارانی در طول دورۀ مورد مطالعه ۵۵۶ روز می‌باشد. بر اساس اطلاعات این جدول، بیشترین تعداد روزهای بارانی مربوط به ماه ژانویه (۱۱۸ روز) و کمترین تعداد روزهای بارانی متعلق به ماه مه (۲ روز) می‌باشد.

۳-۱- وضعیت احتمالی روزهای بارانی و خشک

با فرض دو حالته (بارانی و خشک) بودن جدول فراوانی تغییر وضعیت بارش بین دو روز متوالی در شهر لامرد در جدول ۲ آمده که در این جدول مقادیر درون پرانتز، احتمال‌های انتقال دو وضعیتی است.

بر اساس این جدول، تعداد تغییر وضعیت از روز خشک به روز خشک بعدی ۳۱۹۹، تعداد تغییر وضعیت از روز بارانی به روز خشک ۲۸۷روز، تعداد تغییر وضعیت از روز خشک به روز بارانی ۲۸۷ روز و تعداد تغییر وضعیت از روز بارانی به روز بارانی برابر با ۲۱۶ روز است.

Table 1- Statistical specifications of daily precipitation in Lamerd station (1995-2016)

جدول ۱- مشخصات آماری بارش روزانهٔ لامرد طی دورهٔ (۱۹۹۵-۲۰۱۶)

Month	Number of wet days	The mean daily precipitation (mm)	Maximum daily precipitation (mm)	Standard deviation of daily precipitation (mm)	The coefficient of variation of daily precipitation
January	118	10.1	52.4	13.2	1.3
February	83	4.9	32	6.7	1.4
March	105	7.5	54.5	10.5	1.4
April	45	3.3	18	4	1.2
May	2	0.5	0.7	0.3	0.6
June	4	4.6	14	6.4	1.4
July	10	2.3	11	3.3	1.4
August	21	5.2	42	9	1.7
September	7	4.7	11	4.3	0.9
October	6	3.9	14	5.2	1.3
November	65	7.7	45.4	10.8	1.4
December	90	11.8	76	15.4	1.3

Table 2- Frequencies and two-state transition probabilities of daily precipitation in Lamerd station (1995-2016)

جدول ۲- فراوانی‌ها و احتمال‌های انتقال دو حالتهٔ بارش روزانهٔ لامرد طی دورهٔ (۱۹۹۵-۲۰۱۶)

current day / previous day	dry	Wet
dry	3199 (0.918)	287 (0.082)
wet	287 (0.571)	216 (0.429)

اکنون باید بررسی کرد که آیا مقادیر احتمال در جدول فوق، از زنجیرهٔ مارکوف دو حالته تبعیت می‌کنند یا خیر و همچنین لازم است وجود روند را در آن مورد آزمون قرار داد. ابتدا موضوع را توسط یکی از آزمون‌های معتبر یعنی آزمون مربع کای ارزیابی مارکوف بودن مقادیر احتمال انتقال، مورد بررسی قرار می‌دهیم، فرضیات این آزمون به قرار زیر است:

$$\begin{cases} H_0: & \text{ماتریس احتمال انتقال، استقلال روزها را نشان می دهد} \\ H_1: & \text{ماتریس احتمال انتقال، زنجیره مارکوف را تأیید می کند} \end{cases}$$

آمارهٔ این آزمون به صورت $X^2 = \sum\sum\frac{(O_{ij}-E_{ij})^2}{E_{ij}}$ است که در آن O_{ij} مقدار فراوانی هر سلول در ماتریس فراوانی درج شده در جدول ۲ و E_{ij} مقدار مورد انتظار تحت فرض استقلال در آن سلول است که در جدول ۳ می‌باشد.

مقدار آمارهٔ آزمون با توجه به مقادیر مشاهده شده و مورد انتظار عبارتست از ۴۷۷/۴ با درجهٔ آزادی ۱ و مقدار احتمال (پی مقدار) کمتر از ۰/۰۰۰۱ است که بیانگر تأیید رابطهٔ مارکوفی بسیار قوی در داده‌های بارش شهر لامرد است.

Table 3- Expected values of two-state frequency matrix of daily precipitation in Lamerd station (1995-2016)

جدول ۳- مقادیر مورد انتظار ماتریس فراوانی دو حالتهٔ بارش روزانهٔ لامرد طی دورهٔ (۱۹۹۵-۲۰۱۶)

current day / previous day	dry	wet
dry	3046.4	439.6
wet	439.6	63.4

مقدار ضریب همبستگی بین مقادیر بارش در روزهای متوالی بر اساس روش اسپیرمن جهت بررسی وجود همبستگی میان روزهای متوالی انجام گردید که مقدار ضریب همبستگی برابر با ۰/۳ بدست آمد. این مسأله حاکی از عدم ایستایی داده‌ها بوده و در نتیجه همبستگی توالی بارش‌های روزانه معنادار است (مقدار احتمال تقریباً صفر است). بنابراین با این آزمون تأیید شد که ماتریس احتمال انتقال بین روزهای خشک و بارانی یک از یک زنجیرهٔ مارکوف پیـــروی می‌کنـــد. یعنی $P = \begin{array}{c|cc} & D & W \\ \hline D & 0.918 & 0.082 \\ W & 0.571 & 0.429 \end{array}$ ماتریس احتمال انتقال دو وضعتی مارکوف است به نحوی که احتمال انتقال از یک روز خشک به روز خشک دیگر برابر با $P_{00} = P(D|D) = 0.918$، احتمال انتقال از یک روز بارانی به روز خشک برابر با $P_{10} = P(D|W) = 0.571$ و بـــه همیـــن تـــرتیـــب $P_{01} = P(W|D) = 0.082$ و $P_{11} = P(W|W) = 0.429$ است.

در یک نگاه کلی نسبت به دورهٔ مورد مطالعه می‌توان گفت که احتمال‌های ایستای مربوط به وقوع و عدم وقوع بارش به ترتیب ۰/۱۲۶ و ۰/۸۷۴ است و این نشان می‌دهد که در دراز مدت باید انتظار داشت که تقریباً ۱۳درصد از روزهای سال در شهر لامرد بارش رخ دهد. همچنین فراوانی‌های مربوط به مرتبه‌های دوم و سوم انتقال زنجیره بین روزهای خشک و بارانی به ترتیب در جدول‌های ۴ و ۵ آورده شده است و مقدار احتمال‌های انتقال مارکوف مرتبه‌های دوم و سوم که بر اساس فرمول‌های ۱۴ و ۱۵ در بخش روش تحقیق آمده است؛ در نرم‌افزار آماری R محاسبه گردید که نتایج آن درون پرانتز در جدول ۴ ارائه شده است.

Table 4- Transition frequencies and probabilities of second order Markov chain

جدول ۴– مقادیر فراوانی‌های انتقال و احتمال‌های انتقال زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ دوم

Previous days		Current day	
Two days before	One day before	Dry	256 (0.080)
Dry	Dry	2942 (0.920)	141 (0.491)
Dry	Wet	146 (0.509)	31 (0.108)
Wet	Dry	256 (0.892)	75 (0.347)
Wet	Wet	141 (0.653)	256 (0.080)

به عنوان نمونه، احتمال اینکه روز جاری بارانی باشد به شرط آنکه روز قبل بارانی و دو روز قبل خشک باشد برابر است با:

$$P_{011} = P(X_{t+1} = 1|X_t = 1, X_{t-1} = 0) = P(W|WD) = 0.491$$

نتایج حاصل آزمون مقایسه استقلال در مقابل مارکوف مرتبه اول بودن و مقایسه میان مارکوف مرتبه اول و مرتبه دوم بودن که شرح آماره این آزمون‌ها در فرمول‌های ۱۳ و ۱۴ آمده است و همچنین آزمون مارکوف بودن بر منطق ضریب همبستگی اسپیرمن که شرح آن در فرمول ۱۸ فصل قبل بیان گردید برای هر ماه به تفکیک در جدول ۵ آورده شده است. این نتایج نشان می‌دهد که اولاً کلیهٔ ماه‌ها دارای زنجیرهٔ مارکوف می‌باشند و ثانیاً ماه فوریه از زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ دوم و سایر ماه‌ها از زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ اول تبعیت می‌کنند.

۳-۲- مقادیر احتمال‌های ایستا و محاسبهٔ دوره‌های بازگشت در ماه‌های مختلف

از آنجا که توزیع زمانی و مقادیر بارش در ماه‌های مختلف سال در شهر لامرد متفاوت است، لذا جهت بررسی دقیق‌تر احتمال‌های تواتر و تداوم‌های روزهای بارانی شهر لامرد مقدار فراوانی‌ها و احتمال‌های انتقال به صورت ماهانه مطابق جدول ۶ محاسبه گردید. بر اساس این جدول، کمترین میزان احتمال وقوع روزهای خشک متوالی، در ماه‌های ژانویه و فوریه در حدود ۰/۹۰ بوده و بیشترین احتمال وقوع چنین وضعیتی مربوط به ماه آوریل حدود ۰/۹۵ بوده است. همچنین بیشترین احتمال وقوع روزهای بارانی متوالی مربوط به ماه ژانویه به اندازه حدود ۰/۴۹ و کمترین مقدار آن به ماه آوریل در حدود ۰/۳۳ اختصاص دارد. همچنین در جدول ۶ مقادیر احتمال‌های ایستا بر مبنای فرمول‌های ۲۰ و ۲۱ ارائه شده است که بر اساس آن، بیشترین احتمال وقوع بارش به طور کلی مربوط به ماه ژانویه (۰/۱۶۶) می‌باشد.

Table 5- Likelihood ratio and Spearman rank tests

جدول ۵– آزمون‌های نسبت درستنمایی و اسپیرمن

Month	Spearman rank test		likelihood ratio test	
	Statistic amount	P-value	First order	Second order
January	0.23	<0.001	87	3
February	0.27	<0.001	24.2	7.2
March	0.22	<0.001	78.4	5.6
April	0.40	<0.001	31.6	0.2
November	0.38	<0.001	53.8	4.9
December	0.25	<0.001	57.2	0.7

جهت اعتبارسنجی نتایج، پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت بدست آمده را با نتایج واقعی ماه‌های ژانویه، فوریه و مارس سال ۲۰۱۷ میلادی (ماه آوریل فاقد بارش بود) با استفاده از آزمون‌های متداول برابری درصدها بر اساس تقریب نرمال و نیز آزمون دقیق فیشر در نرم‌افزار MINITAB مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج این مقایسه در جدول ۸ آمده است. نتایج آزمون‌های مذکور نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌ها قویاً مورد تأیید قرار می‌گیرند.

براساس نتایج جدول ۵ و با بکارگیری فرمول ۲۸ یعنی فرمول محاسبهٔ دورهٔ بازگشت مربوط به زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ دوم می‌توان مقدار دوره‌های بازگشت را برای تداوم‌های ۲، ۳، ۴ و ۵ روزه بدست آورد که نتیجهٔ آن به تفکیک ماه‌های مورد مطالعه در جدول ۹ آورده شده است. بر اساس جدول ۹، بارش‌های با تداوم ۲ روزه بیشترین احتمال وقوع و کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت را دارند. در بین ماه‌های مورد مطالعه، ماه‌های مارس و ژانویه با دورهٔ بازگشت ۸ روزه، کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت و ماه فوریه بیشترین دورهٔ بازگشت (۳۵ روز) را دارا می‌باشد. همچنین با توجه به تداوم‌های ۵ روزه، کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت مربوط به ماه ژانویه (۱۵۸۹ روز) و بیشترین دورهٔ بازگشت مربوط به ماه آوریل (۴۹۹۵۵ روز) می‌باشد.

Table 6- Matrixes of frequency, transition probabilities, stationary probabilities and persistence ratio indices for Lamerd station (1995-2016)

جدول ۶- ماتریس‌های فراوانی، احتمال‌های انتقال، احتمال‌های ایستا و شاخص‌های نسبت تداوم لامرد طی دورهٔ (۱۹۹۵-۲۰۱۶)

Month	Frequency matrix	Probability matrix	Stationary probability matrix	R_B	r_B
January	$\begin{bmatrix}534 & 60\\ 60 & 58\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.899 & 0.101\\ 0.509 & 0.492\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.834 & 0.166\\ 0.834 & 0.166\end{bmatrix}$	0.6	0.6
February	$\begin{bmatrix}482 & 56\\ 56 & 27\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.896 & 0.104\\ 0.675 & 0.325\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.866 & 0.134\\ 0.866 & 0.134\end{bmatrix}$	0.3	0.4
March	$\begin{bmatrix}522 & 55\\ 55 & 50\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.905 & 0.095\\ 0.519 & 0.481\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.845 & 0.155\\ 0.845 & 0.155\end{bmatrix}$	0.6	0.6
April	$\begin{bmatrix}586 & 30\\ 30 & 15\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.951 & 0.049\\ 0.667 & 0.333\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.932 & 0.068\\ 0.932 & 0.068\end{bmatrix}$	0.4	0.5
November	$\begin{bmatrix}556 & 38\\ 38 & 27\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.936 & 0.064\\ 0.585 & 0.415\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.901 & 0.099\\ 0.901 & 0.099\end{bmatrix}$	0.5	0.6
December	$\begin{bmatrix}539 & 52\\ 52 & 38\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.912 & 0.088\\ 0.578 & 0.422\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.868 & 0.132\\ 0.868 & 0.132\end{bmatrix}$	0.5	0.6

Table 7- Matrixes of frequency, transition probabilities, stationary probabilities and persistence ratio indices for Lamerd station (2017)

جدول ۷- ماتریس‌های فراوانی، احتمال‌های انتقال، احتمال‌های ایستا و شاخص‌های نسبت تداوم لامرد (۲۰۱۷)

Month	Frequency matrix	Probability matrix	Stationary probability matrix
January	$\begin{bmatrix}24 & 3\\ 3 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.889 & 0.111\\ 1.000 & 0.000\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.900 & 0.100\\ 0.900 & 0.100\end{bmatrix}$
February	$\begin{bmatrix}10 & 5\\ 5 & 8\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.714 & 0.286\\ 0.385 & 0.615\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.574 & 0.426\\ 0.574 & 0.426\end{bmatrix}$
March	$\begin{bmatrix}19 & 2\\ 2 & 7\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.905 & 0.095\\ 0.222 & 0.778\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.700 & 0.300\\ 0.700 & 0.300\end{bmatrix}$
April	$\begin{bmatrix}24 & 3\\ 3 & 0\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.889 & 0.111\\ 1.000 & 0.000\end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix}0.900 & 0.100\\ 0.900 & 0.100\end{bmatrix}$

Table 8- P-Value amounts of two proportions tests

جدول ۸- مقادیر احتمال آزمون‌های برابری درصدها (تقریب نرمال و فیشر)

Month	Fisher test	Normal approximation test
January	0.75	0.87
February	0.07	0.08
March	1	0.999
April	0.75	0.87

۴- خلاصه و جمع‌بندی

مطالعهٔ حاضر با هدف بررسی تواتر و تداوم‌های روزهای بارانی در شهر لامرد انجام شد. برای نیل به این هدف، ابتدا بر اساس آزمون‌های مربع کای و اسپیرمن مشخص شد که زنجیرهٔ مارکوف دو حالته، روش مناسبی برای مطالعهٔ تواتر بارش در شهر لامرد است. سپس با استفاده از آزمون نسبت درستنمایی این نتیجه حاصل گردید که داده‌ها از زنجیرهٔ مارکوف مرتبهٔ دوم تبعیت می‌کنند. نتایج نشان داد که احتمال وقوع بارش در هر روز ۰/۱۲۶ و احتمال عدم وقوع بارش ۰/۸۷۴ است. به منظور بررسی تداوم بارش در شهر لامرد، احتمال وقوع بارش ماهانه و سپس دورهٔ بازگشت تداوم‌های ۲ تا ۵ روزه برای ماه‌های مورد مطالعه تعیین شد. بارش‌های با تداوم ۲ روزه بیشترین احتمال وقوع و کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت را دارند. برای بارش‌های دو روزه در بین ماه‌های مورد مطالعه، ماه‌های ژانویه و مارس با دورهٔ بازگشت ۸ روزه، کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت و ماه فوریه بیشترین دورهٔ بازگشت (۳۵ روز) را دارا می‌باشد. همچنین با توجه به تداوم‌های ۵ روزه، کوتاه‌ترین دورهٔ بازگشت مربوط به ماه ژانویه (۱۵۸۹ روز) و بیشترین دورهٔ بازگشت مربوط به ماه آوریل (۴۹۹۵۵ روز) است. همچنین نتایج نشان داد که بیشترین احتمال وقوع بارش در لامرد مربوط به ماه‌های ژانویه و مارس و کمترین احتمال وقوع بارش در ماه‌های مورد مطالعه مربوط به ماه آوریل می‌باشد. جهت اعتبارسنجی نتایج، پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت بدست آمده را با نتایج واقعی ماه‌های ژانویه، فوریه و مارس سال ۲۰۱۷ میلادی با استفاده از آزمون‌های متداول برابری درصدها بر اساس تقریب نرمال و نیز آزمون دقیق فیشر مورد مقایسه قرار گرفت که نتایج این آزمون‌ها پیش‌بینی‌ها را قویاً مورد تأیید قرار دادند.

Table 9- Estimation of return periods of different persistence in different months in Lamerd station (1995-2016)

جدول ۹- برآورد دوره بازگشت‌های تداوم‌های بارش ۲ تا ۵ روزه در ماه‌های مختلف لامرد طی دورهٔ (۱۹۹۵-۲۰۱۶)

	Month	January	February	March	April	November	December
Return period of precipitation (day)	2-day	8	35	8	16	12	9
	3-day	44	187	50	232	115	66
	4-day	264	1008	318	3401	1157	500
	5-day	1589	5439	2045	49955	11722	3778

۵- تشکر

از همکاری صمیمانهٔ سرکار خانم فرزانه مقدم (کارشناس محترم فناوری اطلاعات ادارهٔ کل هواشناسی استان فارس) و سرکار خانم شهناز قنبری (کارشناس محترم کنترل گزارشات دیدبانی ادارهٔ کل هواشناسی استان فارس) جهت ارائهٔ داده‌ها و اطلاعات مورد نیاز در این تحقیق و همچنین از همکاری و راهنمایی‌های جناب آقای دکتر مهدی سلمان‌پور (متخصص آمار) برای برنامه‌نویسی و کار با نرم‌افزارهای R و MINITAB بی‌نهایت سپاسگزاریم.

۶- مراجع

Akan AO, Houghtalen RJ (2003) Urban hydrology, hydraulics, and storm water quality. John Wily & Sons,Inc,U.S.A, 392 p

Akyuz DE, Bayazit M, Onoz B (2012) Markov chain models for hydrological drought characteristics. Journal of Hydrometeorology 13(1):298-309

Asakereh H (2008) Analysis of frequency and spell of rainy days using Markov chain model for city of Tabriz. Journal of Iran Water Resources Research 4(2):46-56 (In Persian)

Bigdeli A, Eslami A (2010) Analysis of wet and dry periods by Markov chain model in southern of Caspian sea. In: Proc. Of International Conference on Environmental Engineering and Applications, 10-12 Sept, Singapore, Singapore, 96-99

Cox DR, Miller H D (1977) The theory of stochastic processes. Chapman and Hall/CRC, 408 p

Dash PR (2012) A Markov chain modeling of daily precipitation occurrences of Odisha. International Journal of Advanced Computer and Mathematical Science 3:482-486

Dastidar AG, Gosh D, Dasgupta S (2010) Higher order Markov chain models for monsoon precipitation over west Bengal, India. Indian Journal of Radio & Space Physics 39:39-44

Gabriel KR, Neumann J (1962) A Markov chain model for daily precipitation occurrence at Tel Aviv. Journal of the Royal Meteorological Society 88(375):90-95

Grace RA, Eagleson PS (1966) The synthesis of short-time-increment precipitation sequences, Hydrodynamics Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA (No. 91). Report

Hejazizade Z, Shirkhani A (2005) Statistical analysis and prediction of short-term drought and dry periods in Khorasan province. Journal of Geographical Researches 52:3-20 (In Persian)

Hoaglin DC, Mosteller F, Tukey JW (2011) Exploring data tables, trends, and shapes. John Wiley & Sons, 527p

Jalali M, Kargar H, Soltani S (2011) Probability of rainy days occurrence in Urmia city by using Markov chain model. Journal of Geographic Space 35:235-257 (In Persian)

Khanal NN, Hamrick RL (1971) A stochastic model for daily precipitation data synthesis. Central and Southern Florida Flood Control District, 1-28

Mirmousavi H, Zohreh Vandi H (2011) Modeling of weekly precipitation probabilities to analysis of sequent dry days (Case study: Nahavand weather station). In: Proc. of Second National Conference of Applied Research of Water Resources of Iran, 18-19 May, Iran, 73-84 (In Persian)

Rahimi J, Ghahraman N, Rahimi A (2011) Statistical analysis of weekly wet and dry periods using Markov chain for agricultural programming in Varamin plain. In: Proc. of First National Conference of Meteorology and Agricultural Water Management, 22-23 November, Iran, 54-63 (In Persian)

Raziei T, Shokoohi AR, Saghafian B (2003) Prediction of drought severity, duration and frequency using probabilistic and time series methods (Case study: Sistan and Baloochestan province). Journal of Desert 8(2):292-310 (In Persian)

Salami R, Ramezanpour M, Ebrahimi L (2012) Analysis of wet and dry periods using Markov chain (Case study: Ardebil, Iran). M. Sc. Thesis in Natural Geography (Environmental planning), Islamic Azad University, Chaloos Branch

Sariahmed A (1969) Synthesis of sequences of summer thunderstorm volumes for the Atterbury watershed in the Tucson area. M.Sc. thesis, university of Arizona

Sedaghat Kerdar A, Fattahi A (2008) Drought forecast indices in Iran. Journal of Geography and Development 11:59-76 (In Persian)

Selvaraj RS, Selvis T (2010) Stochastic modelling of daily precipitation at ADUTHURAI. International Journal of Advanced Computer and Mathematical Sciences 1(1):52-57

Yusefi N, Hejam S, Irannezhad P (2007) Estimation of wet year and drought probabilities by using Markov chain and normal distribution (case study of Qazvin). Journal of Geographic Research 60:121-128 (In Persian)

Zarei A (2006) Engineering statistics. Danesh Parvar, Tehran, 820 p (In Persian)