

Technical Note

Analysis of River Parameters Using Chaos Theory-Based Indices (Case Study: Zayandehrud River Flow)

M. Boustani¹, S.F. Mousavi^{2*}, H. Karami³
and S. Farzin³

Abstract

Short- and long-term analysis of hydrological parameters of rivers plays a significant role in the study of production and storage of hydro-electrical energy as well as flood control and drought. In this research, by using chaotic indices, the dynamic status of flow time series and effect of time scale on Zayandehrud River flow behavior in 43 years (1971-2013) was evaluated. The data from Eskandari, Ghale Shahrokh, Pole Zamankhan and Pol Kalleh hydrometric stations on Zayandehrud River were investigated at two daily and 10-day time scales. The possibility of chaos in river flow rate was investigated using correlation dimension. Results showed that on a daily scale, the non-integer value of correlation dimension was respectively 3.34, 3.60, 3.77 and 3.84 for Eskandari, Ghale Shahrokh, Pole Zmankhan and Pol Kalleh. This indicated the chaotic flow rate in these stations. By increasing the time scale to 10 days, the flow rate in all stations showed a random behavior. Using the Lyapunov exponent test, sensitivity of the system to initial conditions was investigated as an attribute of chaotic systems and the forecast horizon was estimated. The largest Lyapunov exponents obtained at each of the four stations in two daily and 10-day time scales were positive. Hurst exponent was used to investigate the random process of data against their non-randomness. Considering the nonlinear dynamic indices, it seems that correlation dimension is a more accurate measure for chaotic detection in nonlinear systems.

Keywords: Chaotic Indices, Dynamic Systems, River Parameters, Zayandehrud River.

Received: October 31, 2017

Accepted: May 13, 2018

یادداشت فنی

تحلیل پارامترهای رودخانه با استفاده از شاخص‌های مبتنی بر نظریه آشوب (مطالعه موردی: دبی جریان رودخانه زاینده‌رود)

مهسا بوستانی^۱، سیدفرهاد موسوی^{۲*}، حجت کرمی^۳
و سعید فرزین^۳

چکیده

تحلیل پارامترهای هیدرولوژیک رودخانه در مقیاس‌های کوتاه‌مدت و بازه بلندمدت زمانی، نقش به‌سزایی در مطالعات تولید و ذخیره‌سازی انرژی برقایی، کنترل سیلاب و خشکسالی دارد. در این پژوهش، با به‌کارگیری شاخص‌های آشوبی، وضعیت دینامیک سری زمانی جریان و تأثیر مقیاس زمانی بر رفتار جریان رودخانه زاینده‌رود طی ۴۳ سال (۱۳۵۰-۹۲) ارزیابی گردیده است. داده‌های ایستگاه‌های هیدرومتری اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله در رودخانه زاینده‌رود در دو مقیاس زمانی روزانه و ۱۰ روزه مورد بررسی قرار گرفتند. با استفاده از شاخص بعد همبستگی، امکان وجود آشوب در دبی رودخانه بررسی شد. طبق نتایج، در مقیاس روزانه، برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله، مقدار غیر صحیح بعد همبستگی به ترتیب برابر ۳/۳۴، ۳/۶، ۳/۷۷ و ۳/۸۴ است که نشان از آشوبی بودن جریان در این ایستگاه‌ها دارد. با افزایش مقیاس زمانی به ۱۰ روزه، دبی جریان در تمام ایستگاه‌ها رفتاری تصادفی پیدا می‌کند. با استفاده از آزمون نمای لیاپانوف، حساسیت سیستم به شرایط اولیه به عنوان یک مشخصه سیستم‌های آشوبناک، بررسی شد. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف به‌دست آمده در هر چهار ایستگاه در دو مقیاس روزانه و ۱۰ روزه مثبت به‌دست آمده است. در ادامه، از نمای هرست^۲ برای بررسی فرایند تصادفی داده‌ها در مقابل غیرتصادفی بودن آنها استفاده شد. با توجه به مقایسه شاخص‌های دینامیک غیرخطی، به نظر می‌رسد که بعد همبستگی معیاری دقیق‌تر جهت تشخیص آشوبناکی در سیستم‌های غیرخطی می‌باشد.

کلمات کلیدی: شاخص‌های آشوبی، سیستم‌های پویا، پارامترهای رودخانه، زاینده‌رود.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۶/۸/۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۲/۲۳

1- M.Sc. Student, Department of Water and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

2- Professor, Department of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran. Email: fmousavi@semnan.ac.ir

3- Assistant Prof., Department of Water Engineering and Hydraulic Structures, Faculty of Civil Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

*- Corresponding Author

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

۲- استاد، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

۳- استادیار، گروه مهندسی آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان.

*- نویسنده مسئول بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۳۹۸ امکان‌پذیر است.

۱- مقدمه

مشخصه‌ها به راحتی میسر نبوده و مستلزم استخراج معادلات دیفرانسیلی می‌باشد. نظریه آشوب با استفاده از مفاهیمی همچون زمان تأخیر، بُعد محاط، بُعد همبستگی، نمای لیاپانوف، پیش‌بینی و نمای هرست، رفتار سیستم را بدون نیاز به معادلات شبیه‌سازی می‌کند.

در این راستا، پس از برآورد زمان تأخیر بهینه و بُعد محاط، امکان وجود آشوب در دبی رودخانه با استفاده از شاخص بُعد همبستگی بررسی گردید. حساسیت به شرایط اولیه سیستم با استفاده از آزمون نمای لیاپانوف بررسی شد. از نمای هرست نیز در بررسی فرایند تصادفی داده‌ها در مقابل غیرتصادفی بودن آن استفاده گردید.

۱-۲- برآورد بُعد همبستگی

جهت تخمین بُعد همبستگی سیستم، ابتدا تابع همبستگی به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود (Grassberger and Procaccia, 1983):

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N+1)} \sum_{i,j=1}^N H(r - |X_i - X_j|) \quad (1)$$

که در رابطه فوق، r شعاع کره قرارگیرنده در X_i ، نقطه‌ای از جاذب بازسازی شده در فضای فاز و X_j مختصات نقطه دیگری در فضای فاز است که تابع شمارش گره‌های r از لحاظ ریاضی وضعیت آن را نسبت به مرکز کره بررسی می‌کند و در صورت حضور در فضای داخلی کره، آن را به تعداد نقاط برای محاسبه تابع همبستگی می‌افزاید. برای r های کم، رفتار تابع همبستگی به صورت توانی با r متناسب است و توان همبستگی با رسم نمودار $\log C(r)$ در برابر $\log r$ به شکل رابطه (۲) تعریف می‌شود:

$$v = \lim_{r \rightarrow 0, N \rightarrow \infty} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (2)$$

در این رابطه، v شیب این نمودار در قسمت خطی خواهد بود. برای سیستم‌های آشوبناک، این مقدار پس از یک بُعد تعین معین، به حالتی متعادل و ثابت می‌رسد. در صورتی که برای سیستم‌های تصادفی، v همراه با افزایش m تغییر می‌کند و به یک مقدار محدود نخواهد رسید (Anis Hosseini and Zaker Moshfegh, 2013).

۲-۲- بزرگترین نمای لیاپانوف

نمای لیاپانوف بر اساس این ویژگی سری‌های آشوبی است که نقاط مجاور در این سری‌ها به مرور زمان از هم جدا شده و نسبت به هم واگرا می‌شوند. نمای لیاپانوف این واگرایی را به وسیله یک تابع نمایی اندازه‌گیری می‌کند. محاسبه نمای لیاپانوف از طریق اندازه‌گیری مقدار کشیدگی^۴ یا خمیدگی که در حرکت سیستم رخ می‌دهد، انجام می‌شود (Shang et al., 2005). در این روش، سرعت متوسط مسیرهای

امروزه، با انجام مطالعه دقیق سیستم‌های دینامیک، نشان داده شده که پدیده‌های به ظاهر تصادفی که امکان تحلیل و پیش‌بینی آنها میسر نیست، به کمک نظریه آشوب^۱ توجیه می‌شوند. جهت شناسایی سیستم‌های آشوبی از سیستم‌های تصادفی، چندین شاخص معرفی شده‌اند. در این میان، شاخص‌های بُعد همبستگی، نمای لیاپانوف و هرست از مقبولیت و کاربرد بیشتری برخوردارند. شاخص بُعد همبستگی، یکی از روش‌های مرسوم تعیین آشوبناکی سیستم و همچنین بُعد آشوبی می‌باشد. از سوی دیگر، حساسیت به شرایط اولیه سیستم‌های آشوبناک از خصیصه‌های بارز آنها می‌باشد که می‌توان با معیار نمای لیاپانوف آن را سنجید. می‌توان از نمای هرست نیز جهت تشخیص فرایند آشوبی از تصادفی استفاده کرد. نتایج مطالعات پژوهشگران در مورد تحلیل دبی جریان در دو دهه اخیر مانند: (Ghorbani et al. (2010; Regonda et al. (2004; Anis Hosseini and Zaker Moshfegh (2013); Alami and Malekani (2013); Hassanzadeh et al. (2013); Eslami et al. (2016); Yabin and Chi (2014); Adab et al. (2017); Fattahi and Tarahi (2017) حاکی از وجود آشوب در جریان رودخانه است.

در پژوهش حاضر، به مقایسه عملکرد شاخص‌های نظریه آشوب در تحلیل سری زمانی پدیده‌های هیدرولوژیک، از جمله دبی جریان، انجام شده است. شاخص‌های تعیین ماهیت آشوبناکی دبی جریان در ایستگاه‌های بالادست و پایین دست سد زاینده‌رود، طی ۴۳ سال دوره آماری مورد مقایسه قرار گرفته است. از سوی دیگر، با توجه به اهمیت عامل زمان بر تغییرات پدیده‌های دینامیک طبیعی، تأثیر مقیاس‌های زمانی کوتاه‌مدت روزانه و ۱۰ روزه بر رفتار آشوبی جریان رودخانه مذکور نیز بررسی شده است.

۲- مواد و روش‌ها

رودخانه زاینده‌رود یکی از مهم‌ترین رودخانه‌های فلات مرکزی ایران است که حوضه آبخیز زاینده‌رود را زهکش نموده و به تالاب گاوخونی ختم می‌شود. جهت بررسی جریان حوضه مذکور، از اطلاعات سازمان آب منطقه‌ای اصفهان برای چهار ایستگاه اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله طی یک دوره آماری از سال ۱۳۵۰ تا ۱۳۹۲ در دو مقیاس زمانی روزانه و ۱۰ روزه استفاده شده است.

از مشخصه‌های یک سیستم آشوبناک، می‌توان به غیر پریودیک بودن، حساسیت به شرایط اولیه و غیرخطی بودن اشاره نمود. رسیدن به این

انتقالی دو نقطه‌ای که در ابتدا به هم نزدیک بوده‌اند و به طور نمایی از یکدیگر منحرف می‌شوند، محاسبه می‌شود. اگر بزرگترین نمای محاسبه شده لیاپانوف مقدار مثبتی داشته باشد، سیستم دارای رفتار آشوبی است و برعکس. نمای لیاپانوف به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left| \frac{df^n(x_0)}{dx_0} \right| \quad (3)$$

که در آن، عبارت $\frac{df^n(x_0)}{dx_0}$ مشتق تابع است. برای سری‌های آشوبناک مقدار توان لیاپانوف مثبت و در غیر این صورت منفی است.

۲-۳- آزمون هرست

آزمون هرست ابزاری مناسب جهت تشخیص یک سری زمانی غیر تصادفی از یک سری تصادفی، بدون در نظر گرفتن نوع توزیع آن است. آزمون هرست به تدریج به پدیده‌های دیگر نیز که در ظاهر تصادفی به نظر می‌رسند، ولی ممکن است از یک الگوی منظمی برخوردار باشند، تعمیم داده شده است. روش انجام آزمون با استفاده از قاعده نصف در آمار، به شرح زیر است:

$$\left(\frac{R}{S} \right)_n = a.n^H \quad (4)$$

که در آن، R همان دامنه تجدید مقیاس شده، S انحراف معیار سری زمانی، a عدد ثابت، n تعداد مشاهدات و H نمای هرست هستند. رابطه بالا را می‌توان به طور تقریبی به صورت رابطه (۵) نوشت:

$$\log \left(\frac{R}{S} \right)_n = \log a + H \log(n) \quad (5)$$

می‌توان با انجام یک رگرسیون، ضریب نمای هرست (H) را برآورد کرد. اگر مقدار نمای هرست برابر با $0/5$ شد، بر یک فرایند مستقل دلالت دارد. اگر نمای هرست بین $0/5$ و 1 قرار گرفت، بر یک سری زمانی دوام‌دار با حافظه بسیار طولانی (سری آشوبی) دلالت دارد و اگر نمای هرست برابر با یک مقدار مثبت ولی کمتر از $0/5$ شد، بر بی‌دوام بودن (سری تصادفی) فرایند دلالت دارد (Hurst, 1951).

۳- نتایج و تحلیل

به منظور بررسی آشوبناکی سری زمانی جریان رودخانه زاینده‌رود، ابتدا به محاسبه بُعد همبستگی پرداخته شده است. به منظور محاسبه بُعد همبستگی جریان در مقیاس‌های زمانی مختلف، بعد از محاسبه تغییرات $\log C(r)$ در مقابل $\log(r)$ ، نمودار توان همبستگی که نشان‌دهنده معیار شعاع همبستگی در مقابل همبستگی است، جهت برآورد بُعد همبستگی مطابق شکل ۱، ترسیم شده است.

در سیستم‌های آشوبناک، با افزایش بُعد محاط، بُعد همبستگی افزایش می‌یابد و سپس ثابت می‌ماند (به اشباع می‌رسد). در حالی که در سیستم‌های تصادفی، با افزایش بُعد محاط، بُعد همبستگی همواره سیر صعودی دارد (Sivakumar, 2001) با توجه به شکل ۱، مقادیر توان همبستگی به ازای سری زمانی جریان ۱۰ روزه در تمام ایستگاه‌ها، با افزایش بُعد محاط زیاد شده و در هیچ نقطه‌ای به مقدار اشباع نرسیده است. بنابراین عدم اشباع توان همبستگی نشان‌دهنده نبود دینامیک قطعی در مقیاس‌های ۱۰ روزه سری زمانی جریان است.

در مقیاس روزانه، نمودار توان همبستگی جریان رودخانه در تمام ایستگاه‌ها، به مقدار اشباع رسیده است. بُعد همبستگی ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله به ترتیب در بُعد محاط ۵۴، ۵۱، ۵۲ و ۵۷ شروع به اشباع شدن می‌کند و از مقادیر ۳/۳۴، ۳/۶۰، ۳/۷۷ و ۳/۸۴ فراتر نمی‌رود. بنابراین بُعد همبستگی ایستگاه‌های مورد مطالعه در مقیاس روزانه به ترتیب برابر مقادیر مذکور است.

حساسیت به شرایط اولیه سیستم با استفاده از روش توان لیاپانوف آزموده شده است. مقادیر محاسبه شده بزرگترین توان لیاپانوف برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله در مقیاس روزانه و در ۱۰ روزه در جدول ۱ ارائه شده است. توان لیاپانوف مثبت محاسبه شده، نشانه‌ای از حساسیت به شرایط اولیه و وجود رفتار آشوبناک در سری زمانی جریان است.

همانطور که مشاهده می‌شود، بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف برای سری تصادفی نیز مثبت به‌دست آمده است. یعنی روش نمای لیاپانوف ممکن است برای یک سری زمانی تصادفی نیز نتیجه دهد. نتیجه‌ای که حاصل می‌شود این است که فقط در صورت مثبت بودن بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف در سری زمانی مورد بررسی، آشوبناکی آن سری زمانی محتمل می‌شود. این دستاورد، با نتایج برخی محققین که بیان کرده‌اند که شاخص بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف، شرط لازم است، اما کافی نیست (Wolff, 1992; Khatibi et al., 2012) هم‌خوانی دارد.

ضرایب هرست محاسبه شده برای ایستگاه‌های اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله در مقیاس‌های زمانی روزانه برای تمام ایستگاه‌های مورد بررسی، بیشتر از $0/5$ به‌دست آمده است، که نشان‌دهنده غیرتصادفی بودن (وجود آشوب) داده‌های مورد مطالعه است. در مقیاس ۱۰ روزه در ایستگاه‌های قلعه شاهرخ و پل کله، نمای هرست به ترتیب برابر $0/۸۰۵۶$ و $0/۶۶۰۲$ محاسبه شده است. این امر حاکی از غیر تصادفی بودن جریان در مقیاس مذکور می‌باشد.

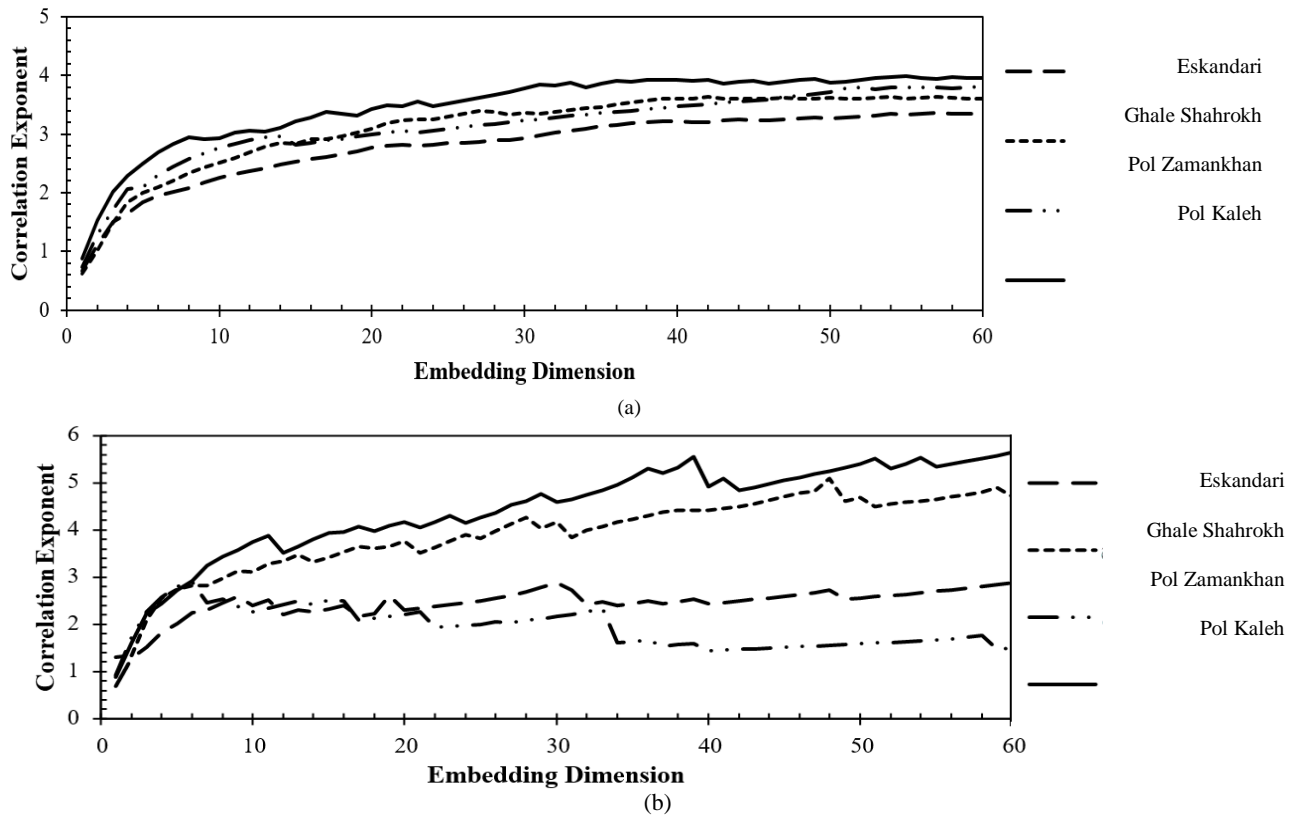


Fig. 1- Correlation dimension for different embedding dimensions of river flow for daily (a) and 10-day (b) scales

شکل ۱- بُعد همبستگی به ازای ابعاد محاط مختلف برای جریان رودخانه زاینده رود در مقیاس های زمانی روزانه (a) و ۱۰ روزه (b)

Table 1- Largest Lyapunov exponents for daily and 10-day scales

جدول ۱- مقادیر بزرگترین نمای لیاپانوف برای مقیاس روزانه و ۱۰ روزه

Station Time Scales	Eskandari		Ghale Shahrokh		Pol ZamanKhan		Pol Kaleh	
	Daily	10-Day	Daily	10-Day	Daily	10-Day	Daily	10-Day
	0.0104	0.0242	0.017	0.023	0.0202	0.0365	0.0179	0.0284

مقیاس زمانی بر مقدار دبی رودخانه زاینده رود به عنوان یکی از مهم ترین رودخانه های کشور طی ۴۳ سال، در دو مقیاس زمانی روزانه و ۱۰ روزه، مورد ارزیابی قرار گرفته است. از نتایج به دست آمده در این مطالعه می توان چنین جمع بندی کرد که:

۱. برآورد بُعد همبستگی در ایستگاه های اسکندری، قلعه شاهرخ، پل زمانخان و پل کله در مقیاس روزانه حاکی از وجود آشوب در این سری زمانی است. مقدار غیر صحیح بُعد همبستگی ایستگاه های مذکور به ترتیب برابر ۳/۳۴، ۳/۶۰، ۳/۷۷ و ۳/۸۴ به دست آمد.

این نتایج با نتایج حاصل از شاخص بُعد همبستگی مغایرت دارد. بنابراین نمای هرست، معیاری کافی جهت تشخیص سیستم آشوبناک از تصادفی نمی باشد. مقادیر محاسبه شده نمای هرست در جدول ۲ آورده شده است.

۴- خلاصه و جمع بندی

در این پژوهش، با به کارگیری شاخص ها و تحلیل های غیرخطی و آشوبی و ارزیابی آنها، وضعیت دینامیک سری زمانی جریان و تأثیر

Table 2- Hurst exponents for daily and 10-day scales

جدول ۲- مقادیر نمای هرست برای مقیاس روزانه و ۱۰ روزه

Station Time Scales	Eskandari		Ghale Shahrokh		Pol ZamanKhan		Pol Kaleh	
	Daily	10-Day	Daily	10-Day	Daily	10-Day	Daily	10-Day
	0.8342	0.4907	0.9901	0.8056	0.9202	0.4573	0.902	0.6602

- Kerman station. Iran Water Resources Research 12(1):171-185 (In Persian)
- Fattahi M, Tarahi M (2017) Chaotic monitoring of river flow using phase space reconstruction method. Iran Water Resources Research 13(2):221-225 (In Persian)
- Grassberger P, Procaccia I (1983) Measuring the strangeness of strange attractors. Physica D 9:189-208
- Ghorbani MA, Kisi O, Alinezhad M (2010) A prop into the chaotic nature of daily streamflow time series by correlation dimension and largest Lyapunov methods. Applied Mathematical Modeling 34:4050-4057
- Hassanzadeh Y, Lotfollahi YM, Shahverdi S, Farzin S, Farzin N (2013) De-noising and prediction of time series based on the wavelet algorithm and chaos theory (Case study: SPI drought monitoring index of Tabriz city). Iran Water Resources Research 8(3):1-13 (In Persian)
- Hashemi Golpayegani SMR (2009) Chaos and its applications in engineering. Amirkabir University of Technology, 188 p. (In Persian)
- Hurst HE (1951) Long-term storage capacity of reservoirs. Transactions American Society of Civil Engineers 116:770-808
- Khatibi R, Sivakumar B, Ghorbani MA, Kisi O, Koçak K, Zadeh DF (2012) Investigating chaos in river stage and discharge time series. Journal of Hydrology 414:108-117
- Regonda SK, Sivakumar B, Jain A (2004) Temporal scaling in river flow: can it be chaotic?. Hydrological Sciences Journal 49(3):373-385
- Shang P, Li X, Kamae S (2005) Chaotic analysis of traffic time series. Chaos, Solitons and Fractals 25:121-128
- Sivakumar B (2001) Rainfall dynamics at different temporal scales: A chaotic perspective. Hydrology and Earth System Sciences 5(4):645-651
- Wolff RCL (1992) Local Lyapunov exponents: Looking closely at chaos. Journal of the Royal Statistical Society 54(2):353-371
- Yabin S, Chi D (2014) Improving numerical forecast accuracy with Ensemble Kalman Filter and chaos theory. Journal of Hydrology 512:540-548
۲. در مقیاس زمانی ۱۰ روزه، جریان رفتاری کاملاً تصادفی از خود نشان داد. علت آن تعدد پارامترهای مؤثر بر پدیده در مقیاس زمانی بزرگتر نسبت به مقیاس زمانی کوچکتر است.
۳. تحلیل نتایج شاخص‌های دینامیک نشان داد که به دلیل نبود بُعد همبستگی در مقیاس ۱۰ روزه، رفتار جریان رودخانه در تمام ایستگاه‌ها تصادفی است. بنابراین با توجه به مثبت بودن بزرگترین نمای لیاپانوف برای همه ایستگاه‌ها می‌توان نتیجه گرفت که این نما برای تعیین آشوبناکی سیستم، معیاری کافی نیست.
۴. نتایج حاصل از شاخص‌های بُعد همبستگی، نمای لیاپانوف و هرست حاکی از آن است که در مقیاس روزانه، جریان رودخانه زاینده‌رود آشوبناک است. ولی در مقیاس ۱۰ روزه، به دلیل عدم وجود بُعد همبستگی، رفتار جریان، تصادفی و غیرقابل پیش‌بینی است.
۵. مقایسه شاخص‌های تشخیص ماهیت آشوبناکی سری‌های زمانی نشان داد که شاخص بُعد همبستگی نسبت به سایر شاخص‌ها از ارجحیت بیشتری برخوردار است.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Chaos
- 2- Correlation Dimension
- 3- Lyapunov Exponent
- 4- Stretching Factor
- 5- Heaviside
- 6- Hurst Exponent

۵- مراجع

- Adab F, Karami H, Mousavi SF, Farzin S (2017) Effect of Ghir barrage on chaotic behavior of discharge in Karun River. Applied Research of Water Sciences 2(1):11-26 (In Persian)
- Alami M, Malekani L (2013) Phase space reconstruction and fractal dimension using of delay time and embedding dimension. Journal of Civil and Environmental Engineering 43(1):15-23
- Anis Hosseini M, Zaker Moshfegh M (2013) Kashkan river flow analysis and forecasting using chaos theory. Hydraulic Journal 8(3):45-61 (In Persian)
- Eslami A, Ghahraman B, Ziaee A, Eslami P (2016) Effect of noise reduction in nonlinear dynamic analysis of maximum daily temperature series in