



Post-processing the Output of the Numerical Precipitation Forecasting Models of TIGGE Database using Bayesian Model Averaging (BMA)

S. Aminyavari¹, B. Saghafian^{2*} and M. Delavar³

Abstract

Precipitation is among the most important meteorological phenomena and the main parameter for streamflow forecasting. Therefore, determining the amount of precipitation for the future periods will help water resources management and flood prediction. In this regard, some of the most important meteorological centers in the world provided users with Quantitative Precipitation Forecasts (QPFs) on a global scale. The availability of global ensemble forecasting models in the TIGGE database created new opportunities for flood forecasting. In this research, the effect of post-processing on the most important global numerical ensemble forecasting models such as UKMO, ECMWF, NCEP and CMA in the TIGGE database during the years 2007 to 2014 is investigated for the Bashar River Basin. Evaluations were conducted for probabilistic and nonprobabilistic approaches. Initially, the four NWP models with quantile mapping methods were bias corrected. Then, by using Bayesian model averaging (BMA), the post-processing was carried out. The results of probabilistic evaluation after post-processing showed that the skill of forecasting models for the Bashar Basin increased and uniform distributions were achieved in verification rank histograms. Also, at most stations the results of the probabilistic evaluation with the BSS for the combined mode of four QPF Models with BMA method were close to 0.5 and the results in the simple combination were close to zero; indicating that Grand ensemble has a higher skill than single models.

Keywords: QPF, Ensemble forecasting, Post-processing, BMA.

Received: April 8, 2018

Accepted: June 16, 2018

پس پردازش خروجی مدل‌های پیش‌بینی عددی بارش پایگاه داده TIGGE با مدل میانگین‌گیری بیزین (BMA)

صالح امین یآوری^۱، بهرام ثقفیان^{۲*} و مجید دلاور^۳

چکیده

بارش یکی از مهم‌ترین پدیده‌های هواشناسی و محرک اصلی در پیش‌بینی جریان رودخانه است. از این رو تشخیص مقدار بارش در آینده کمک شایانی به مدیریت منابع آب و پیش‌بینی سیلاب می‌کند. در همین راستا برخی از مهم‌ترین مراکز هواشناسی دنیا پیش‌بینی‌های عددی بارش را در مقیاس جهانی در اختیار کاربران قرار دادند. در دسترس بودن مدل‌های پیش‌بینی گروهی جهانی در پایگاه داده TIGGE فرصت‌های جدیدی را برای پیش‌بینی سیلاب ایجاد می‌کند. در این تحقیق تأثیر پس‌پردازش بر مهم‌ترین مدل‌های پیش‌بینی گروهی عددی جهانی از قبیل UKMO, ECMWF, NCEP و CMA در پایگاه داده TIGGE در طول سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۴ برای حوضه رودخانه بشار بررسی شد. ارزیابی‌ها در دو بخش احتمالاتی و غیراحتمالاتی انجام گردید. در ابتدا پیش‌بینی عددی گروهی بارش چهار مدل با روش نگاشت چندک تصحیح آریبی شدند. سپس با کمک مدل میانگین‌گیری بیزین عمل پس‌پردازش انجام شد. نتایج ارزیابی احتمالاتی بعد از پس‌پردازش نشان داد که مهارت مدل‌های پیش‌بینی برای حوضه بشار افزایش یافت و هیستوگرام VR بدست آمده از هر مدل، توزیع یکنواختی داشت. هم‌چنین نتایج ارزیابی احتمالاتی با معیار BSS برای حالت ترکیبی چهار مدل پیش‌بینی عددی بارش با روش BMA در بیشتر ایستگاه‌ها نزدیک به ۰/۵ و در حالت ترکیب وزنی یکسان نزدیک به صفر بود که نشان می‌دهد پیش‌بینی ترکیبی BMA مهارت بالاتری نسبت به مدل‌های منفرد دارد.

کلمات کلیدی: پیش‌بینی عددی بارش، پیش‌بینی گروهی، پس‌پردازش، BMA.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۱/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۳/۲۶

1- Ph.D. Student, Department Civil Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

2- Professor, Department of Civil Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. Email: b.saghafian@gmail.com

3- Assistant Professor, Department of Water Resources Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

*- Corresponding Author

۱- دانشجوی دکتری مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران.

۳- استادیار گروه مهندسی منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

*- نویسنده مسئول

بحث و مناظره (Discussion) در مورد این مقاله تا پایان بهار ۱۳۹۸ امکانپذیر است.

۱- مقدمه

امروزه پیش‌بینی‌های هواشناسی با استفاده از مدل‌های عددی، با دقت بالا و طی فرآیندهای خاصی برای اهداف مختلف تولید می‌شوند. پیش‌بینی عددی هوا^۱ (NWP) مقادیری هستند که با حل معادلات حاکم بر جو به کمک روش‌های عددی سه‌بعدی برای مقیاس‌های زمانی و مکانی مختلف تولید می‌گردند. بدلیل طبیعت نامنظم هوا، نتایج NWP دارای عدم قطعیت‌هایی است و این خطاها هنگامی که وارد یک مدل هیدرولوژیکی شوند، نتایج غیرواقعی شبیه‌سازی می‌گردد؛ لذا بهبود پیش‌بینی‌های عددی بارش هدف اصلی مراکز پیش‌بینی و یک چالش اساسی برای جوامع تحقیقاتی آب و هواشناسی است. با درک محدودیت‌های پیش‌بینی قطعی در حالت‌های جو و با تغییر در شرایط اولیه، روش‌های پیش‌بینی گروهی^۲ برای بهبود توانایی پیش‌بینی‌های عددی و احتمالاتی ایجاد شدند. پیش‌بینی‌های گروهی شامل پیش‌بینی‌های منفرد متعددی است که با پارامترسازی فیزیکی مختلف و یا شرایط اولیه متفاوت ایجاد شده‌اند. در واقع پیش‌بینی‌های گروهی براساس تعداد زیادی از حالت‌های اولیه ممکن جو انجام می‌شوند که به صورت تصادفی از تابع توزیع احتمال (PDF) شرایط اولیه بدست آمده‌اند. اولین پیش‌بینی‌های گروهی در ۱۹۹۲ توسط مرکز پیش‌بینی میان‌مدت هوا اروپا^۳ (ECMWF) و مراکز ملی پیش‌بینی محیط‌زیست^۴ امریکا (NCEP) ارائه شد و در ادامه سایر مراکز مهم هواشناسی دنیا از پیش‌بینی‌های گروهی برای کاهش عدم قطعیت‌های پیش‌بینی استفاده کردند (Zapata, 2010). هر چند که روش‌های پیش‌بینی گروهی در کاهش عدم قطعیت‌ها تأثیر دارند ولی پس‌پردازش آنها به دلیلی از قبیل کمبود دقت پیش‌بینی‌های خام گروهی برای کاربرد مستقیم در پیش‌بینی‌های هیدرولوژیکی و ناسازگاری مقیاس مکانی پیش‌بینی‌های گروهی بارش برای تولید پیش‌بینی‌های هیدرولوژیکی لازم است. روش‌های پس‌پردازش را بطور کلی می‌توان در سه طبقه‌بندی: ۱- پس‌پردازش آماری، ۲- تکنیک‌های تشابه و ۳- ریزمقیاسی دینامیکی قرارداد (Sene, 2010). البته روش‌های پس‌پردازش آماری کاربرد گسترده‌تری نسبت به دو روش دیگر در بیشتر تحقیقات مربوطه دارد. یکی از مهم‌ترین روش‌های پس‌پردازش آماری، مدل میانگین‌گیری بیزین^۵ (BMA) (Raftery et al., 2005) است که توزیع‌های پیش‌بینی از منابع متفاوت را ترکیب می‌کند و تابع چگالی احتمال پیشگویی BMA یک میانگین وزنی از توابع چگالی احتمال برای هر پیش‌بینی منفرد است. این وزن‌ها از احتمال پسین تخمین زده می‌شوند و نماینده مهارت پیش‌بینی هر مدل در دوره آموزش هستند. عامل دیگری که می‌تواند مهارت و قابلیت اعتماد یک پیش‌بینی را افزایش دهد، ترکیب پیش‌بینی‌های گروهی از چند مرکز هواشناسی است. در این راستا پایگاه داده TIGGE^۶ که بخشی از

پروژه THORPEX (یک برنامه تحقیق و توسعه بین‌المللی برای شتاب دادن به بهبود دقت پیش‌بینی‌های عددی) ایجاد شده که شامل پیش‌بینی‌های گروهی از ۱۰ مرکز جهانی NWP است (Swinbank et al., 2016) که با ترکیب پیش‌بینی‌های چند مدل می‌تواند منابع تولید عدم قطعیت بیشتری را شناسایی کرده و نتایج قابل اعتمادتری را ارائه داد.

از مهم‌ترین تحقیقات گذشته در خصوص پس‌پردازش با BMA، موارد زیر را می‌توان نام برد: (Vrugt et al., 2006) برای بهینه‌سازی چند معیاره پیش‌بینی‌های گروهی از روش BMA استفاده کردند. همچنین پس‌پردازش پیش‌بینی‌های عددی دارای چولگی مثل بارش و سرعت باد با BMA توسط (Slougher et al., 2007, 2009) و (Fraleley, 2010) توسعه داده شد. (Kok and Schmeits, 2010) با استفاده از داده‌های بارش بازپیش‌بینی‌شده گروهی بیست ساله ECMWF، پیش‌بینی گروهی خام و پس‌پردازش شده با روش‌های BMA و رگرسیون استدلالی (LR) را با هم مقایسه کردند و نتایج نشان داد که پیش‌بینی‌های گروهی بارش پس‌پردازش شده مهارت بهتری نسبت به پیش‌بینی‌های خام تا ۵ روز دارد. (Vogel et al., 2017) پیش‌بینی‌های TIGGE را برای افق‌های زمانی ۱ تا ۵ روز برای شمال آفریقا در فصل بهار با روش‌های BMA و MOS گروهی پس‌پردازش کردند و نتیجه گرفتند که پیش‌بینی‌های پس‌پردازش شده قابل اعتمادترند. برخی محققان مدل‌های ترکیبی از چند مدل عددی با BMA ایجاد کردند. بطور مثال (Liu et al., 2014) با ترکیب چهار مدل هواشناسی از پایگاه داده TIGGE با روش BMA یک مدل گروهی بزرگ ایجاد کردند. (Liu and Xie, 2014) پارامترهای BMA را برای پیش‌بینی‌های عددی بارش چهار مرکز هواشناسی UKMO، NCEP، ECMWF و CMA^۸ از مدل TIGGE براساس ۴۳ ایستگاه باران‌سنجی در حوضه رودخانه هائوئی چین کالیبره کردند. نتایج نشان داد که دو مرکز UKMO و ECMWF نسبت به دو مرکز دیگر از مهارت بالاتری برخوردار بودند و همچنین پیش‌بینی‌های پس‌پردازش شده با BMA نسبت به پیش‌بینی‌های خام عملکرد بهتری داشتند و پیش‌بینی ترکیبی ایجاد شده از چهار مرکز برای پیش‌بینی‌های بارش سنگین در منطقه مورد مطالعه پیشنهاد شد. (Qu et al., 2017) رواناب ناشی از پیش‌بینی‌های بارش هفت مدل در TIGGE را توسط BMA ترکیب کردند. در مجموع نتایج بیشتر تحقیقات نشان داده که BMA مهارت پیش‌بینی‌های گروهی خام را افزایش داده است.

همچنین در بررسی تحقیقات داخلی انجام شده، (Jvanmard ghassab et al., 2018) با استفاده از روش نگاشت

که در ستون آخر جدول ۱ آمده است. جهت آشنایی بیشتر به مراجع هواشناسی رجوع شود (Magnusson et al., 2008; Wilks, 2011). Aminyavari et al. (2018) پیش‌بینی‌های گروهی پایگاه داده TIGGE را برای گروه‌های بارشی متفاوت ایران بررسی کردند و نتایج آنها نشان داد که این مدل‌ها عملکرد خوبی در گروه بارشی که حوضه بشار در آن واقع است دارند. به همین دلیل حوضه رودخانه بشار برای این تحقیق انتخاب شد. دوره مورد بررسی براساس داده‌های مشاهداتی دریافت شده از وزارت نیرو و با توجه به شروع پیش‌بینی‌های بارش در پایگاه داده TIGGE از ۲۰۰۷، سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۴ با قدرت تفکیک 0.5×0.5 درجه تعیین شد. چون مقادیر پیش‌بینی در مرکز نقطه شبکه‌های^۹ پیش‌بینی قرار دارد و فاصله این نقاط از هم ۵۰ کیلومتر است و با مختصات مکانی ایستگاه‌های باران‌سنجی متفاوت است لذا با کمک روش معکوس فاصله وزنی (IDW^{۱۰}) به محل ایستگاه‌های منتخب درون‌یابی شدند. لازم به ذکر است که از روش درون‌یابی کریجینگ نیز استفاده شد که نتایج درون‌یابی تفاوت زیادی با IDW نداشت. همچنین نتایج داده‌های خروجی از پایگاه داده TIGGE به فرمت فشرده GRIB2 است که برای بازخوانی اطلاعات، در محیط لینوکس به فرمت مناسب تبدیل شدند.

۲-۱- تصحیح اریبی

برطبق تحقیقات گذشته، پیش‌بینی‌های عددی خام دارای اریبی سیستماتیک یا غیرشرطی در میانگین و انحراف معیار هستند و باید اصلاح شوند. یکی از روش‌های بسیار معمول در تصحیح اریبی میانگین، روش نگاشت چندک^{۱۱} است. این روش برای هر مجموعه پیش‌بینی گروهی در هر روز اعمال می‌شود و روش کار بدین صورت است که چندک (Q_n) هر عضو پیش‌بینی بارش توسط تابع توزیع تجمعی (CDF) متناظر پیش‌بینی (یک پنجره متحرک ۳۱ روزه که روز مورد نظر در وسط این پنجره است) تخمین زده می‌شود. چندک محاسبه شده براساس معادله^۱ با مقدار مشاهداتی متناظر با همان چندک در CDF روزانه جایگزین می‌گردد:

$$BC_{fcst} = CDF_{obs}^{-1}(CDF_{fcst}(Fcst)) = CDF_{obs}^{-1}(Q_n) \quad (1)$$

چندک به بهبود پیش‌بینی‌های گروهی بارش پایگاه داده TIGGE پرداختند و نتایج ارزیابی داده‌های تصحیح اریبی شده، نشان از بهبود شاخص‌های ارزیابی نسبت به پیش‌بینی‌های خام دارد.

در این تحقیق پیش‌بینی‌های گروهی بارش چهار مرکز UKMO، NCEP، ECMWF و CMA از پایگاه داده TIGGE برای حوضه بشار استخراج، با روش نگاشت چندک تصحیح اریبی شده و سپس با BMA پس‌پردازش شدند. سپس با معیارهای ارزیابی احتمالاتی و غیراحتمالاتی پیش‌بینی‌های خام و پس‌پردازش شده با هم مقایسه شدند. در پایان یک پیش‌بینی ترکیبی با چهار مدل عددی به کمک ضرایب وزنی متغیر بدست آمده از BMA ساخته و با مدل ترکیبی با ضرایب یکسان مقایسه شد. در بررسی‌های صورت گرفته تاکنون تحقیقی در خصوص ارزیابی عملکرد مدل‌های پیش‌بینی گروهی جهانی از پایگاه داده TIGGE برای حوضه بشار و همچنین اثر پس‌پردازش با روش BMA بر روی پیش‌بینی‌های گروهی این حوضه و آماده‌سازی آنها برای ورود به مدل هیدرولوژیکی انجام نشده است.

در ادامه روش انجام کار، مشخصات مدل‌های عددی مورد استفاده و حوضه آبریز تحقیق توضیحاتی داده شده، سپس نتایج تحقیق با ارزیابی‌های قطعی و احتمالاتی تفسیر می‌گردد و در انتها نتیجه‌گیری کلی از یافته‌های تحقیق بیان می‌شود.

۲-۲ روش انجام کار و مطالعه موردی

ابتدا داده‌های پیش‌بینی گروهی بارش از چهار مدل پیش‌بینی عددی UKMO، ECMWF، NCEP و CMA در پایگاه داده TIGGE برای حوضه بشار استخراج شدند که مشخصات این مراکز در جدول ۱ نشان داده شده است و هر مدل دارای قدرت تفکیک متفاوتی است که در پایگاه داده TIGGE به کمک روش درون‌یابی دوخطی (bilinear) با قدرت تفکیک‌های یکسان در اختیار کاربران قرار می‌دهند. همچنین، هر مدل عددی از روش‌های اغتشاش مختلف در شرایط اولیه برای تولید اعضای پیش‌بینی گروهی استفاده می‌کند

Table1- Specifications of four Quantitative Precipitation Forecasts (QPF) models in TIGGE database

جدول ۱- مشخصات چهار مدل پیش‌بینی عددی بارش در پایگاه داده TIGGE

Center	Base Time (UTC)	No. of Ensemble Members	Horizontal Resolution Archived	Forecast Length (day)	Initial Perturbation Method
ECMWF	00/12	50+1	N320(~0.28°)N160(~0.56°)	0-10 10-15	EDA-SVINI
NCEP	00/06/12/18	20+1	1.0°×1.0°	0-16	BV-ETR
UKMO	00/12	23+1	0.83°×0.56°	0-15	ETKF
CMA	00/12	14+1	0.56°×0.56°	0-10	BV

تابعی از f_k با مدل رگرسیون استدلالی^{۱۲} (LR) محاسبه می‌شود (Liu and Xie 2014):

$$\log\{P(y=0|(f_k, y^T))\} = \log \frac{P(y=0|(f_k, y^T))}{P(y>0|(f_k, y^T))} \quad (۳)$$

$$= a_{0k} + a_{1k} f_k^{\frac{1}{\delta_k}} + a_{2k} \delta_k, \quad \delta_k = \begin{cases} 0 & \text{if } f_k > 0 \\ 1 & \text{if } f_k = 0 \end{cases}$$

پارامترهای a_{0k} , a_{1k} و a_{2k} باید تخمین زده شوند. در بخش دوم، تابع توزیع احتمال (PDF) مقدار بارش غیر صفر، با توزیع گاما محاسبه می‌گردد:

$$h_k(y|(f_k, y^T)) = \frac{1}{\beta_k^{\alpha_k} \Gamma(\alpha_k)} y^{\alpha_k - 1} \exp\left(-\frac{y}{\beta_k}\right) \quad (۴)$$

که α پارامتر شکل و β پارامتر مقیاس است که با میانگین و واریانس به فرم زیر رابطه دارند:

$$\mu_k = \alpha_k \beta_k = b_{0k} + b_{1k} f_k^{\frac{1}{\delta_k}}, \quad \sigma_k^2 = \alpha_k \beta_k^2 = c_{0k} + c_{1k} f_k \quad (۵)$$

μ_k میانگین و σ_k^2 انحراف معیار است و پارامترهای b و c باید تخمین زده شوند. در انتها PDF پیش‌بینی BMA برای ریشه سوم بارش تجمع‌ی y برای K عضو گروهی به شکل زیر که مجموع دو بخش قبل است، محاسبه می‌گردد (Liu and Xie, 2014):

$$P(y|f_1, \dots, f_K, y^T) = \sum_{k=1}^K W_k \left\{ \begin{array}{l} P(y=0|(f_k, y^T))I(y=0) \\ + P(y>0|(f_k, y^T))h_k(y|(f_k, y^T))I(y>0) \end{array} \right\} \quad (۶)$$

که مقادیر $\{P(y=0|(f_k, y^T))\}$ در معادله ۳ و $h_k(y|(f_k, y^T))$ در معادلات ۴ تا ۵ محاسبه شده‌اند. تخمین پارامترها براساس داده‌های پیش‌بینی و مشاهدات هر ایستگاه در دوره آموزش صورت می‌گیرد. پارامترهای a_{0k} , a_{1k} و a_{2k} از رگرسیون استدلالی محاسبه می‌گردد که بارندگی یا عدم بارندگی به عنوان متغیر وابسته و δ_k و $f_k^{\frac{1}{\delta_k}}$ به عنوان متغیرهای پیش‌بینی‌کننده در نظر گرفته می‌شوند و b_{0k} تا b_{2k} با رگرسیون خطی عمومی^{۱۳} (GLR) در معادله ۵ بدست می‌آیند. پارامترهای c_{0k} , c_{1k} و W_k با برآورد درستمایی^{۱۴} (MLE) به فرم زیر محاسبه می‌شوند:

$$L(W_1, \dots, W_k, c_0, c_1) = \sum_{s,t} \log P[y_{s,t} | (f_{1,s,t}, \dots, f_{k,s,t}, y^T)] \quad (۷)$$

که s و t در مجموعه داده آموزش مربوط به شاخص‌های مکانی و زمانی است. تابع بالا بصورت عددی با الگوریتم حداکثر انتظار^{۱۵} (EM) محاسبه می‌شود (Raftery et al., 2005; Slougher et al., 2007; Liu and Xie, 2014). PDF محاسباتی در این تحقیق تابع توزیع گاما با توزیع جرمی صفر بود.

مقدار BC_{fcst} پیش‌بینی تصحیح‌ارایی‌شده و مقدار پیش‌بینی CDF_{fcst} تابع توزیع تجمعی مشاهدات، CDF_{fcst} تابع توزیع تجمعی پیش‌بینی و Q_n چندک مقدار پیش‌بینی در CDF_{fcst} می‌باشند (Zomerdiijk, 2015). هر چهار مدل عددی با تمام گروه‌های پیش‌بینی در طول هشت سال با این روش تصحیح‌ارایی شدند.

۲-۲- مدل میانگین‌گیری بیزین (BMA)

پس‌پردازش آماری خروجی‌های مدل عددی به طور گسترده‌ای توسط مراکز تحقیقاتی مورد استفاده قرار می‌گیرد تا تطابق بین پیش‌بینی‌های مدل و مشاهدات سطحی در مکان‌های مورد نظر بهتر شود. یکی از مهم‌ترین روش‌های پس‌پردازش آماری روش مدل میانگین‌گیری بیزین است. معمولاً تحلیل‌های آماری استاندارد مانند تحلیل رگرسیون، براساس یک مدل آماری که اغلب این مدل از میان چندین مدل برای داده‌ها انتخاب شده است انتخاب می‌شود و تحلیلگر داده مطمئن نیست که مدل انتخاب شده بهترین است و این یک منبع عدم قطعیت در نتیجه‌گیری است. مدل میانگین‌گیری بیزین با در نظر گرفتن همه مدل‌های آماری گروهی به‌جای بهترین مدل واحد بر این مشکل غلبه کرده است. در واقع BMA روشی برای ترکیب پیش‌بینی‌ها از چند مدل آماری با ضرایب وزنی متغیر است. این روش در پیش‌بینی‌های گروهی توسط Raftery برای پیش‌بینی دمای سطحی هوا و فشار تراز دریا استفاده شد (Raftery et al., 2005). تابع توزیع احتمال (PDF) مدل پیشگویی BMA به فرم زیر است:

$$P(y|f_1, \dots, f_K, y^T) = \sum_{k=1}^K w_k P_k(y|f_k, y^T) \quad (۲)$$

$w_k = p(f_k | y^T)$ $P_k(y|f_k, y^T)$ متغیر پیش‌بینی، تابع توزیع احتمال شرطی y براساس f_k (در واقع PDF هر مدل پیش‌بینی است)، y^T متغیر پیش‌بینی در دوره آموزش، w_k احتمال پسین پیش‌بینی f_k در دوره آموزش که عددی غیرمنفی است و نشان می‌دهد که تا چه اندازه مدل پیش‌بینی با داده‌های آموزش، برازش شده و $\sum_{k=1}^K w_k = 1$ و K تعداد مدل‌هایی است که با هم ترکیب می‌شوند. بارش تجمع‌ی در بیشتر موارد صفر است و مواقعی که صفر نیست توزیع آن دارای چولگی بالایی است. بنابراین برای این نوع داده‌ها نمی‌توان توزیع نرمال برازش داد. بهترین توزیع برای توصیف این حالت تابع توزیع گاما است (liu et al., 2014). Slouther et al. (2007) روش BMA را برای بارش احتمالاتی گسترش دادند و دریافتند که روش توسعه داده شده BMA با ریشه سوم بارش تجمع‌ی به عنوان متغیر پیش‌بینی، توزیع بارش تیز و کالیبره شده‌ای ارائه می‌دهد. PDF شرطی $P_k(y|f_k, y^T)$ شامل دو بخش است: در بخش اول، احتمال بارش صفر به عنوان

۲-۳- روش‌های ارزیابی نتایج

احتمال مشاهداتی بخوبی توسط اعضای پیش‌بینی گروهی نمایش داده شده است (Wilks, 2011).

برای پس‌پردازش با این روش ابتدا پیش‌بینی‌های هر چهار مدل بصورت جداگانه با تمام عضوهای پیش‌بینی که به داخل ایستگاه باران‌سنجی حوضه بشار درون‌یابی شده بودند، انتخاب شدند. دوره آموزش داده‌ها از ۲۰ تا ۴۰ روز تست شد که بهترین حالت ۳۰ روز بدست آمد. برای ارزیابی کالیبراسیون و قابلیت اعتماد پیش‌بینی‌های پس‌پردازش شده از هیستوگرام VR، هیستوگرام PIT و معیار CRPS استفاده شد. هیستوگرام‌ها برای هر مدل عددی و هر ایستگاه ترسیم و مقایسه شدند. از دیگر قابلیت‌های BMA، وزن‌دهی به هر مدل پیش‌بینی براساس عملکرد آن است. لذا با ترکیب همه مدل‌های پیش‌بینی گروهی با مدل BMA یک پیش‌بینی گروهی بزرگ در هر ایستگاه ایجاد گردید. روش کار بدین صورت است که مقادیر بارش مدل‌های پیش‌بینی و مشاهدات نظیر آن‌ها وارد BMA شده و براساس مهارت PDF هر مدل، یک ضریب وزنی برای هر روز به آن مدل اختصاص می‌دهد که با محاسبه میانگین ضرایب وزنی در کل دوره مورد بررسی وزن هر مدل بدست می‌آید. در انتها مقادیر پیش‌بینی هر مدل در وزن آنها ضرب شده و با هم جمع می‌شوند و یک پیش‌بینی ترکیبی ایجاد می‌گردد. پیش‌بینی ترکیبی BMA در هر ایستگاه براساس معیار نمره مهارت BS با پیش‌بینی‌های ترکیبی با وزن‌های یکسان مقایسه می‌شوند. فلوجارت روند کار تحقیق در شکل ۲ آمده است.

۲-۴- مشخصات حوضه تحقیق

حوضه تحقیق، حوضه آبریز رودخانه بشار از زیر حوضه‌های کارون بزرگ در جنوب غربی ایران است. مساحت حوضه مورد بررسی تا ایستگاه هیدرومتری پاتاوه در حدود ۲۸۰۰ کیلومتر مربع و طول رودخانه بشار در حدود ۱۲۰ کیلومتر است. براساس داده‌های دریافتی از وزارت نیرو برای حوضه بشار، ۱۶ ایستگاه باران‌سنجی که مشخصات و جانمایی آن‌ها در حوضه بترتیب در جدول ۳ و شکل ۳ آمده، انتخاب شدند.

در این تحقیق پیش‌بینی‌های خام و پس‌پردازش شده، با معیارهای ارزیابی احتمالاتی و غیراحتمالاتی یا قطعی بررسی شدند. برای حالت غیراحتمالاتی، از معیارهای ضریب همبستگی پیرسون (r)، میانگین قدرمطلق خطا (MAE) و ریشه مجذور مربعات خطای نسبی^{۱۶} (RRMSE) استفاده شد. در حالت احتمالاتی، پس از ایجاد توزیع‌های آماری از پیش‌بینی‌های خام و پس‌پردازش با توزیع گاما، با معیارهای نمره بریر (BS)، نمره مهارت بریر^{۱۷} (BSS) و نمره احتمال رتبه‌بندی پیوسته^{۱۸} (CRPS) ارزیابی شدند. روابط محاسباتی معیارهای ارزیابی در جدول ۲ آمده است. هم‌چنین از هیستوگرام‌های ارزیابی رتبه^{۱۹} و احتمال جدایی ناپذیر تبدیل^{۲۰} (PIT) برای ارزیابی نتایج استفاده گردید. هیستوگرام VR یک روش ارزیابی مناسب برای تشخیص تغییرات مناسب پیش‌بینی‌های گروهی است. این روش بیان می‌کند که کجا مشاهدات ارزیابی براساس داده‌های پیش‌بینی گروهی که بصورت صعودی از کمترین تا بیشترین مرتب شده‌اند قرار می‌گیرد. در هر گروه، هر عضو پیش‌بینی یک سناریو احتمالی را نشان می‌دهد بنابراین هر مشاهده‌ای بین دو عضو گروه سقوط می‌کند. در توزیع‌های پیوسته به جای هیستوگرام VR از هیستوگرام PIT استفاده می‌شود. روش ترسیم این دو هیستوگرام یکسان است. شکل ۱ نمونه‌ای از نمودار هیستوگرام VR را نشان می‌دهد که موارد زیر تفسیرهایی است که از این هیستوگرام می‌توان استنباط کرد. شکل 1a، کشیدگی به سمت چپ دارد که نشان‌دهنده وجود خطای اریبی دست بالا است چون مشاهدات بیشتر در ستون‌های اول قرار دارند لذا مقادیر پیش‌بینی شده بیشتر از مشاهدات است. شکل 1b، کشیدگی به سمت راست دارد که نشان‌دهنده وجود خطای اریبی دست پایین است. شکل 1c، نشان‌دهنده پخشیدگی دست بالا است به عبارتی دیگر بیشتر مشاهدات در ستون‌های وسط قرار گرفتند و شکل 1d، نشانگر پخشیدگی دست پایین در توزیع‌های پیش‌بینی است. هرگاه توزیع هیستوگرام یکنواخت باشد، یعنی پخشیدگی گروه به درستی عدم قطعیت‌ها را نشان می‌دهد (شکل 1e). البته یک هیستوگرام VR یکنواخت لزوماً بیانگر یک پیش‌بینی خوب نیست ولی معیار مناسبی است که بیان می‌کند توزیع

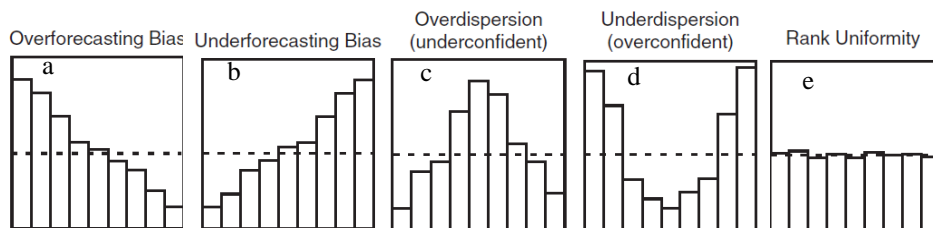


Fig. 1- Various types of rank histogram (Wilks, 2011)

شکل ۱- انواع حالت‌های هیستوگرام مرتبه (Wilks, 2011)

Table 2- Formulation of the evaluation criteria used in this study

جدول ۲- روابط معیارهای ارزیابی استفاده شده در این تحقیق

Verification measure	Formula	Description	Perfect/no skill
Pearson's correlation coefficient	$r = \frac{\sum(F-\bar{F})(O-\bar{O})}{\sqrt{\sum(F-\bar{F})^2} \sqrt{\sum(O-\bar{O})^2}}$	Linear dependency between forecast and observation	1/0
Mean absolute error	$MAE = \frac{1}{N} \sum F-O $	Closeness between forecast and observation	0/
Root-mean-square Error	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (F-O)^2}$	Closeness between forecast and observation	0/
Relative root-mean-square error	$RRMSE = \frac{RMSE}{\bar{O}}$	To understand values of RMSE	0/
Brier score	$BS = \frac{1}{N} \sum (P_F - P_O)^2$	Measure of the magnitude of the probability forecast errors	0/1
Brier skill score	$BSS = 1 - \frac{BS}{BS_{ref}}$	Accuracy of the QPFs compared to the climatology	1/≤ 0
Continuous ranked probability score	$CRPS = \int (P_F(x) - P_O(x))^2 dx$	How well did the probability forecast predict the category that the observation fell into?	0/1

Notes: F, O, P_F and P_O denote the forecast, corresponding observation, probability of precipitation and observed frequency, respectively. N is the amount of forecast and observation pairs. Similarly, \bar{F} and \bar{O} denote the forecast average and observation average. BS_{ref} is the Brier score of the reference probability forecast, typically the probability of event occurrence from the climatology.

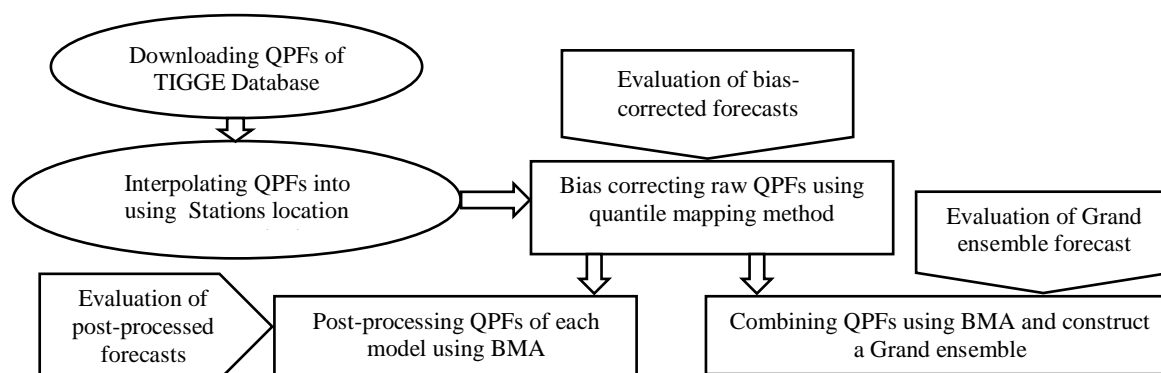


Fig. 2- Flowchart of the research process

شکل ۲- فلوچارتی از روند کار تحقیق

شکل ۶ میانگین مقادیر CRPS برای سه حالت پیش‌بینی‌های گروهی خام، تصحیح‌اریبی شده و پس‌پردازش شده در ۱۶ ایستگاه منتخب در طول هشت سال برای چهار مدل پیش‌بینی عددی را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است مقدار CRPS بعد از پس‌پردازش کاهش یافت و این نشان می‌دهد که پس‌پردازش براساس این معیار به خوبی انجام شده است و تابع توزیع تجمعی (CDF) مدل‌های پیش‌بینی به CDF مشاهدات نزدیک‌تر شد. هم‌چنین در بین مدل‌ها، ECMWF عملکرد بهتری در این بخش برای حوضه داشت. البته مقدار CRPS مدل UKMO در حالت پس‌پردازش شده کمی بیشتر از حالت تصحیح‌اریبی شده بود که نشان می‌دهد تابع توزیع تجمعی مدل UKMO بعد از تصحیح‌اریبی شباهت بیشتری به CDF مشاهدات نسبت به حالت پس‌پردازش شده دارد و بیانگر عدم نیاز مدل

۳- نتایج و تحلیل نتایج

ابتدا ارزیابی قطعی از پیش‌بینی‌های عددی خام این حوضه با دو معیار ضریب همبستگی پیرسون و MAE انجام شده که نتایج ارزیابی ۱۶ ایستگاه منتخب این حوضه در طول هشت سال مورد بررسی در شکل‌های ۴ و ۵ آمده است. مدل UKMO طبق نتایج ارزیابی تحقیق (Aminyavari et al., 2018) به خاطر کوهستانی بودن حوضه بشار عملکرد تقریباً بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد و CMA نمرات پایین‌تری کسب کرد. بعد از تصحیح‌اریبی پیش‌بینی‌ها با کمک روش نگاشت چندک، هر مدل با تمام گروه‌های پیش‌بینی خود به کمک روش BMA پس‌پردازش یا کالیبره شدند. برای ارزیابی کالیبراسیون پیش‌بینی‌ها، از دو معیار ارزیابی CRPS و نمودار PIT استفاده شد.

UKMO به پس پردازش است ولی براساس نتایج هیستوگرام VR در شکل ۷، این مدل نیز باید پس پردازش گردد.

Table 3- Specifications of rain gauge in the research basin

جدول ۳- مشخصات ایستگاه‌های باران سنجی حوضه تحقیق

Station	Elevation (m)	Longitude	Latitude
Batari	1560	51° 33'	30° 86'
Pataveh	2200	51° 27'	30° 96'
Pirashheft	1900	51° 29'	30° 71'
Tangab	2220	51° 43'	30° 56'
Totnadeh	1720	51° 34'	30° 89'
Cheshmechenar	2200	51° 64'	30° 71'
Chitab	1610	51° 33'	30° 80'
Dashroom	2105	51° 52'	30° 57'
Dehkohneh	2200	51° 81'	30° 36'
Sepidar	2100	51° 37'	30° 60'
Sisakht	2140	51° 45'	30° 86'
Shahmokhtar	1740	51° 52'	30° 70'
Firozabad	1940	51° 45'	30° 73'
Ghalat	1870	51° 69'	30° 56'
Krik	1700	51° 42'	30° 82'
Yasoj	1821	51° 58'	30° 68'

واضح است پیش‌بینی‌های خام دارای کشیدگی به سمت چپ هستند. براساس توضیحات بخش ۲-۳، کشیدگی هیستوگرام به یک سمت، بیانگر اریبی است و نیاز به تصحیح اریبی در پیش‌بینی‌های خام را نشان می‌دهد. با تصحیح اریبی، کشیدگی هیستوگرام به یک سمت برطرف شد. ولی به دلیل پخشیدگی دست پایین در پیش‌بینی‌های تصحیح اریبی شده، توزیع U شکل ایجاد شد. با پس پردازش به روش BMA توزیع هیستوگرام یکنواخت گردید که تأیید می‌کند پس پردازش پیش‌بینی‌ها بخوبی انجام شده است. لازم به ذکر است که هیستوگرام VR با هیستوگرام PIT تفاوتی ندارد و هیستوگرام VR برای پیش‌بینی‌های گسسته است و از هیستوگرام PIT برای ارزیابی توزیع احتمالاتی استفاده می‌شود. چون پیش‌بینی‌های گروهی بعد از پس پردازش با روش BMA بصورت یک توزیع آماری هستند از هیستوگرام PIT استفاده شد.

لازم به ذکر است هر مدل پیش‌بینی دارای تعداد عضوهای پیش‌بینی متفاوتی است که طبق جدول ۱، ۱۴ CMA، عضو، ۲۰ NCEP، عضو، ۲۳ UKMO عضو و ECMWF ۵۰ عضو پیش‌بینی دارد. هرچه تعداد اعضا بیشتر باشد ساخت یک هیستوگرام یکنواخت دشوارتر است. لذا توزیع هیستوگرام VR مدل CMA بعد از پس پردازش به دلیل تعداد اعضای کمتر نسبت به مدل ECMWF یکنواخت‌تر است.

۳-۱- نتایج پیش‌بینی ترکیبی چهار مدل با BMA (Grand Ensemble)

یکی از مواردی که در پیش‌بینی‌های عددی گروهی بارش با چند مدل متفاوت اهمیت دارد ترکیب این مدل‌ها و ایجاد یک پیش‌بینی گروهی بزرگ است. در این تحقیق برای هر ۱۶ ایستگاه یک پیش‌بینی گروهی بزرگ با ترکیب چهار مدل NWP ساخته شد و نتایج با معیار BSS ارزیابی گردید. برای محاسبه این معیار نیاز به پیش‌بینی‌های مرجع است که BSS پیش‌بینی‌ها نسبت به آنها سنجیده شود. در این تحقیق از مقادیر مشاهداتی بارش در گذشته، پیش‌بینی‌های اقلیمی به عنوان مرجع ساخته شدند. شکل ۸ نتایج ترکیب پیش‌بینی‌های چهار مدل در دو حالت وزن‌های متغیر بدست آمده از BMA و نیز ترکیب با ضرایب وزنی یکسان آمده است. براساس شکل ۸ به وضوح نتایج با ترکیب وزنی BMA نمره مهارت بالاتری نسبت به حالت ترکیب وزنی یکسان دارد و مقادیر BSS پیش‌بینی ترکیبی BMA به عدد یک نزدیک‌تر است. با توجه به اینکه نمره مهارت بربر نسبت به پیش‌بینی‌های مرجع سنجیده می‌شود، لذا پیش‌بینی ترکیبی BMA، مهارت خوبی در این بخش داشتند.

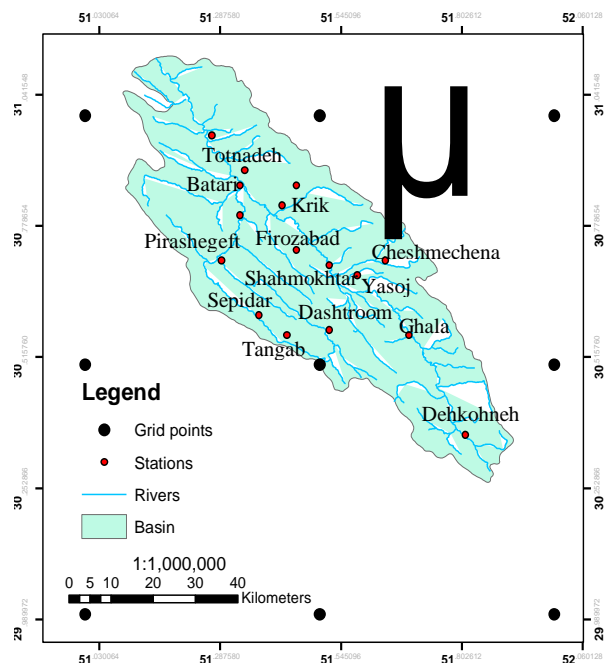


Fig. 3- Layout of the rain gauges in the research basin

شکل ۳- جانمایی ایستگاه‌های باران سنجی در حوضه تحقیق

برای درک بهتر درستی پس پردازش پیش‌بینی‌های گروهی و مقایسه نتایج با شرایط قبل از پس پردازش، هیستوگرام VR پیش‌بینی‌های خام و تصحیح اریبی شده در شکل ۷ نشان داده شده است. همانطور که

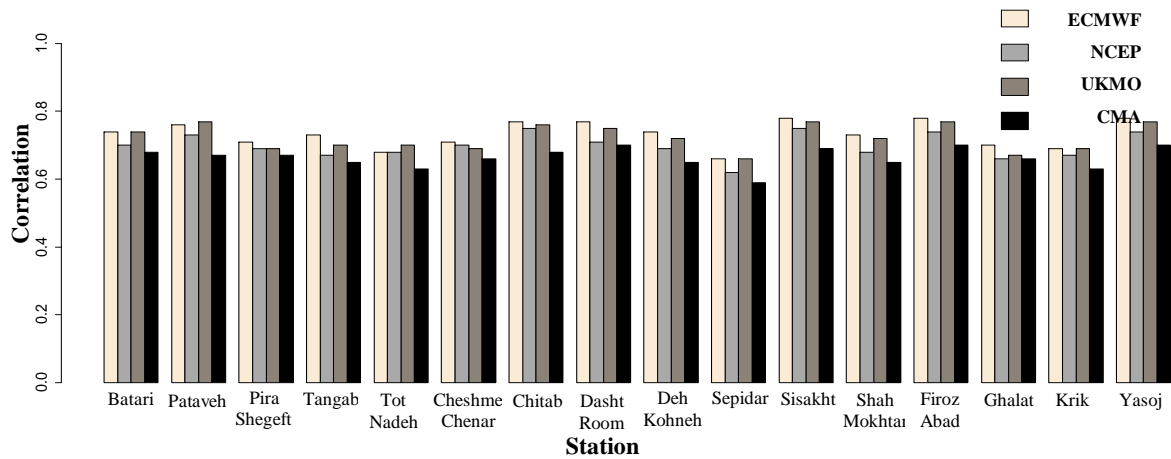


Fig. 4- Results of Pearson correlation coefficient of raw ensemble forecasting of precipitation in 16 selected stations

شکل ۴- نتایج ضریب همبستگی پیرسون بارش های پیش بینی گروهی خام در ۱۶ ایستگاه منتخب

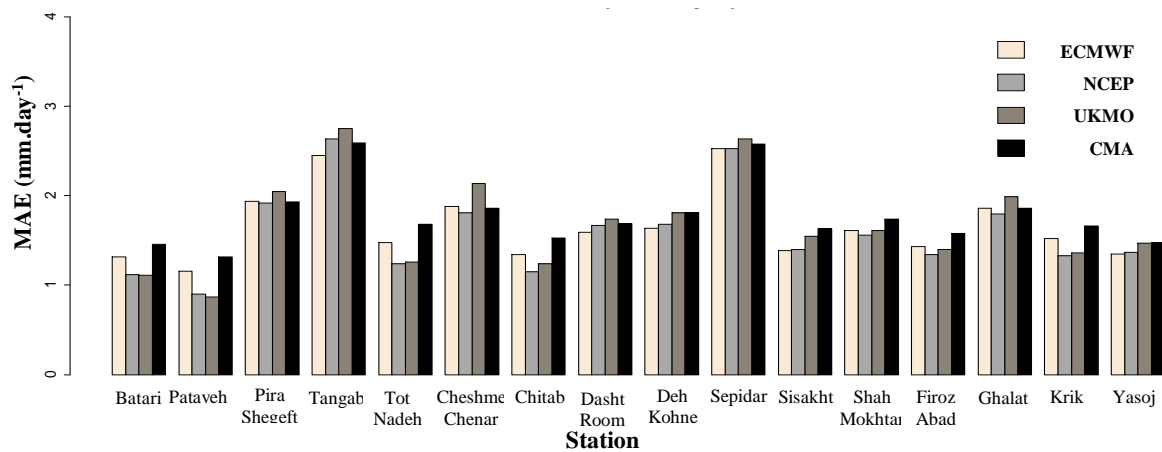


Fig. 5- Results of MAE of raw ensemble forecasting of precipitation in 16 selected stations

شکل ۵- نتایج MAE پیش بینی های گروهی بارش خام در ۱۶ ایستگاه منتخب

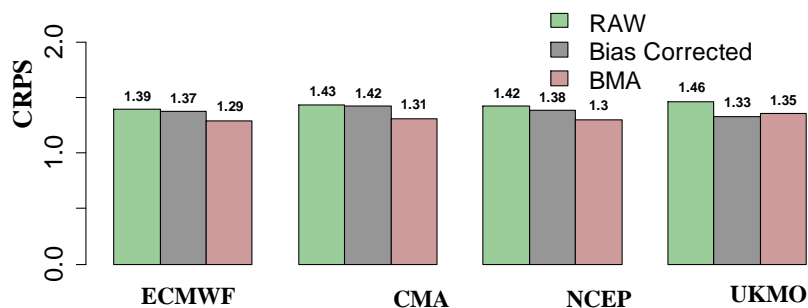


Fig. 6- Evaluation results with CRPS for three modes of Raw, bias-corrected and post-processed

شکل ۶- نتایج ارزیابی با CRPS برای سه حالت خام، تصحیح اریبی شده و پس پردازش شده

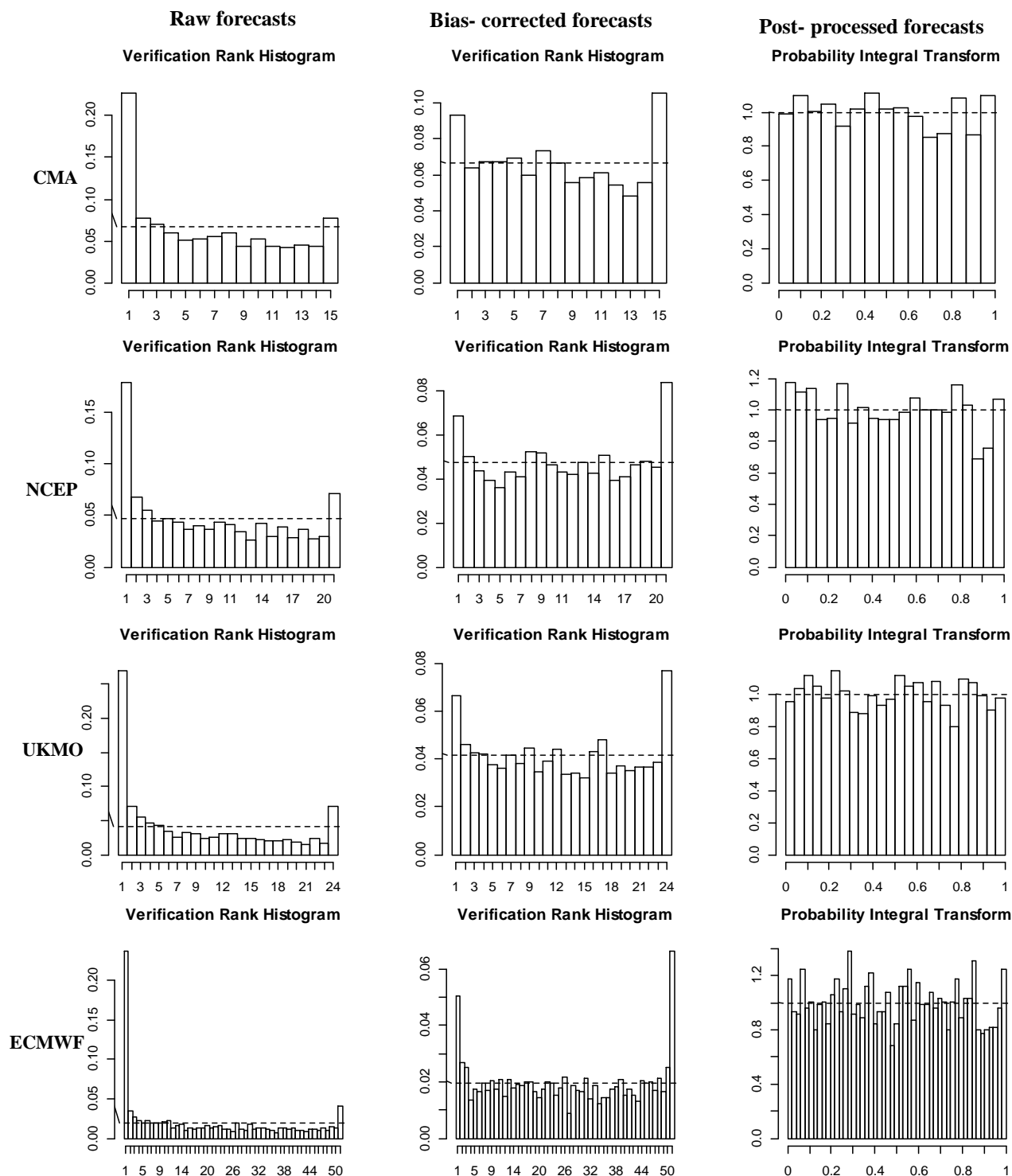


Fig. 7- Comparison of VR histogram of raw and bias-corrected with PIT histogram of post-processed forecasts

شکل ۷- مقایسه هیستوگرام VR پیش‌بینی خام و تصحیح‌اریبی شده با هیستوگرام PIT پیش‌بینی پس‌پردازش شده

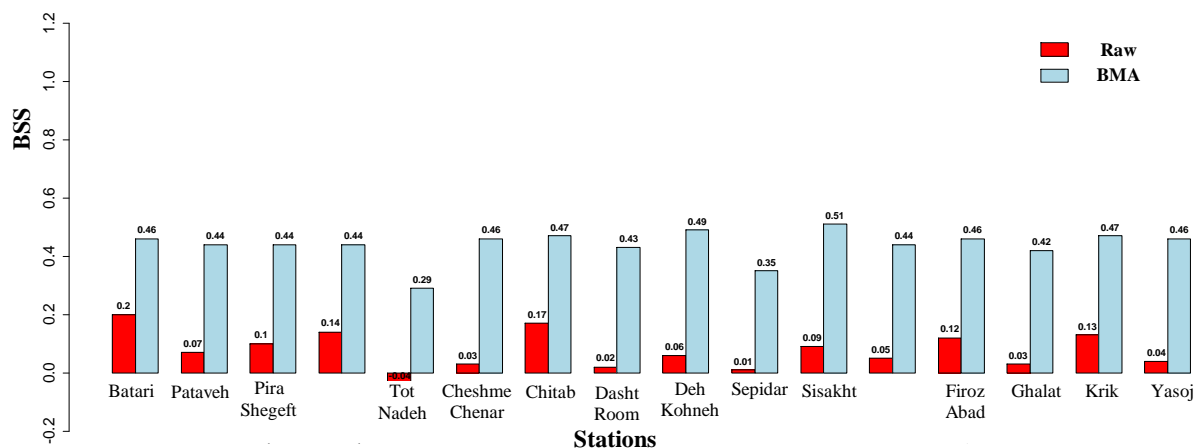


Fig. 8- Brier skill score of BMA forecast models in 16 selected stations

شکل ۸- مقدار BSS پیش‌بینی ترکیبی BMA در ۱۶ ایستگاه منتخب

۱- نتایج ارزیابی قطعی پیش‌بینی‌های خام چهار مدل عددی برای حوضه بشار نشان داد که مدل‌های ECMWF و UKMO نسبت به دو مدل دیگر عملکرد بهتری دارند.

۲- ارزیابی پس‌پردازش با BMA براساس معیار ارزیابی CRPS نشان داد که مقادیر این معیار بعد از پس‌پردازش نسبت به پیش‌بینی‌های خام در هر چهار مدل حدود ۸ درصد بهبود یافتند.

۳- نتایج هیستوگرام مرتبه قبل از پس‌پردازش نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های خام دارای کشیدگی به سمت چپ (بیانگر وجود اریبی) بودند و بعد از تصحیح اریبی این کشیدگی برطرف شد.

۴- توزیع هیستوگرام بعد از تصحیح اریبی به شکل U در آمد که نشان از پخشیدگی دست پایین در پیش‌بینی‌های گروهی است. بعد از پس‌پردازش با روش BMA، هیستوگرام‌های PIT توزیع یکخواختی داشتند و مقادیر بارش مشاهداتی بخوبی در بین پیش‌بینی‌های گروهی توزیع شده بود.

۵- ارزیابی مهارت پیش‌بینی ترکیبی ساخته شده از چهار مدل با روش BMA با نمره مهارت بریر بیانگر عملکرد بهتر پیش‌بینی ترکیبی بزرگ نسبت به چهار مدل پیش‌بینی در هر ۱۶ ایستگاه بود.

در پایان نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که مدل‌های پیش‌بینی عددی بارش برای حوضه بشار عملکرد خوبی دارد ولی پیش‌بینی‌های خام دارای اریبی در میانگین و انحراف معیار هستند و قبل از استفاده در پیش‌بینی هیدرولوژیکی باید پس‌پردازش شوند. از پیش‌بینی‌های بارش مدل‌های عددی به عنوان ورودی مدل‌های بارش-رواناب می‌توان استفاده کرد تا در سیستم‌های هشدار سیل، دبی ورودی سدها، پیش‌بینی خشکسالی و ترسالی و نیز حوضه‌های فاقد آمار بکارگرفته شوند. لذا پیش‌بینی‌های عددی بارش اهمیت زیادی در مدیریت منابع آب کشور دارد.

هم‌چنین مقادیر پیش‌بینی‌های ترکیبی بارش با کمک چندضلعی‌های تیسن درونیابی شد تا مقدار میانگین آنها در حوضه بدست آید. جدول ۴ مقایسه ارزیابی قطعی مقادیر پیش‌بینی گروهی بارش هر مدل با پیش‌بینی ترکیبی بارش BMA براساس میانگین حوضه را بیان می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که مدل پیش‌بینی ترکیبی همانند مدل UKMO و بهتر از سه مدل دیگر پیش‌بینی کردند. البته روش BMA نقش بارزتری در بهبود عملکرد ارزیابی‌های احتمالاتی نسبت به ارزیابی‌های قطعی دارد به همین خاطر نتایج ارزیابی احتمالاتی بهتر از نتایج ارزیابی قطعی است.

Table 4- Comparing the deterministic evaluation values for single model forecast with BMA forecast

	r	(mm) MAE	RRMSE
ECMWF	0.8	1.58	2.2
UKMO	0.81	1.54	2.14
NCEP	0.78	1.69	2.28
CMA	0.75	1.7	2.36
Grand	0.81	1.55	2.15

۴- جمع‌بندی

هدف از این تحقیق بررسی تأثیر پس‌پردازش بر پیش‌بینی‌های خام چهار مدل عددی بارش در حوضه بشار و آماده‌سازی آنها برای پیش‌بینی گروهی جریان رودخانه است. نتایجی که در این تحقیق می‌توان گرفت به شرح زیر است:

- Magnusson L, Leutbecher M and Källén E (2008) Comparison between singular vectors and breeding vectors as initial perturbations for the ECMWF ensemble prediction system. *Monthly Weather Review* 136(11):4092–4104
- Qu B, Zhang X, Pappenberger F, Zhang T and Fang Y (2017) Multi-model grand ensemble hydrologic forecasting in the Fu river basin using Bayesian model averaging. *Water (Switzerland)* 9(2)
- Raftery AE, Gneiting T, Balabdaoui F and Polakowski M (2005) Using Bayesian model averaging to calibrate forecast ensembles. *Monthly Weather Review* 133(5):1155–1174
- Schefzik R, Thorarinsdottir TL and Gneiting T (2013) Uncertainty quantification in complex simulation models using ensemble copula coupling. *Statistical Science* 28(4):616–640
- Schmeits MJ and Kok KJ (2010) A comparison between raw ensemble output, (modified) Bayesian model averaging, and extended logistic regression using ECMWF ensemble precipitation reforecasts. *Monthly Weather Review* 138(11):4199–4211
- Sene K (2010) *Hydrometeorology: Forecasting and Applications*. Springer, DOI 10.1007/978-90-481-3403-8
- Sloughter JM (2009) Probabilistic weather forecasting using Bayesian model averaging. University of Washington
- Sloughter JML, Raftery AE, Gneiting T and Fraley C (2007) Probabilistic quantitative precipitation forecasting using Bayesian model averaging. *Monthly Weather Review* 135(9):3209–3220
- Swinbank R, Kyouda M, Buchanan P, Froude L, Hamill TM, Hewson TD, Keller JH, Matsueda M, Methven J, Pappenberger F, ... Yamaguchi M (2016) The TIGGE project and its achievements. *Bulletin of the American Meteorological Society* 97(1):49–67
- Tao Y, Duan Q, Ye A, Gong W, Di Z, Xiao M and Hsu K (2014) An evaluation of post-processed TIGGE multimodel ensemble precipitation forecast in the Huai river basin. *Journal of Hydrology* 519(PD):2890–2905
- Vogel P, Knippertz P, Fink AH, Schlueter A and Gneiting T (2018) Skill of global raw and postprocessed ensemble predictions of rainfall over northern tropical Africa. *Weather and Forecasting* 33(2):369–388
- Vrugt JA, Clark MP, Diks CGH, Duan Q and Robinson BA (2006) Multi-objective calibration of forecast ensembles using Bayesian model averaging. *Geophysical Research Letters* 33(19):2–7
- 1- Numerical Weather Prediction
 - 2- Ensemble Forecasting
 - 3- European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
 - 4- National Centers for Environmental Prediction
 - 5- Bayesian Model Averaging
 - 6- THORPEX Interactive Grand Global Ensemble
 - 7- United Kingdom Met Office
 - 8- China Meteorological Administration
 - 9- Grid Points
 - 10- Inverse Distance Weighting
 - 11- Quantile Mapping
 - 12- Logistic Regression
 - 13- General Linear Regression
 - 14- Maximum Likelihood Estimation
 - 15- Expected Maximum
 - 16- Relative Root Mean Square Error
 - 17- Brier Skill Score
 - 18- Continuous Ranked Probability Score
 - 19- Verification Rank histogram
 - 20- Probability Integral Transform

۵- مراجع

- Aminyavari S, Saghafian B and Delavar M (2018) Evaluation of TIGGE ensemble forecasts of precipitation in distinct climate regions in Iran. *Advances in Atmospheric Sciences* 35(4):457–468
- Fraley C, Raftery AE and Gneiting T (2010) Calibrating multimodel forecast ensembles with exchangeable and missing members using Bayesian model averaging. *Monthly Weather Review* 138(1):190–202
- Fraley C, Raftery AE, Gneiting T and Sloughter JM (2013) Ensemble BMA: An R package for probabilistic forecasting using ensembles and Bayesian model averaging. University of Washington, Technical Report No. 516
- Jvanmard ghassab M, Delavar M, Morid S (2018) Evaluation of medium-term forecast of TIGGE numerical weather prediction models in Karun basin. *Iran Water Resources Research (In Persian)*
- Liu J and Xie Z (2014) BMA probabilistic quantitative precipitation forecasting over the Huaihe basin using TIGGE multimodel ensemble forecasts. *Monthly Weather Review* 142(4):1542–1555
- Liu Y, Duan Q, Zhao L, Ye A, Tao Y, Miao C, Mu X and Schaake JC (2013) Evaluating the predictive skill of post-processed NCEP GFS ensemble precipitation forecasts in China's Huai river basin. *Hydrological Processes* 27(1):57–74

Zomerdijk L (2015) Performance of multi-model ensemble combinations for flood forecasting. university of twente

Wilks DS (2011) Statistical methods in the atmospheric sciences. Academic press

Zapata J (2010) Evaluation of hydrological ensemble prediction systems for operational forecasting. Université Laval