

## Developing a Standard Smoothed Particle Hydrodynamic Model for Free Surface Flows

A. Valizadeh<sup>1</sup>, M. Shafieefar<sup>2\*</sup>  
and A.A. Salehi Neyshabouri<sup>3</sup>

### Abstract

In This paper a Lagrangian model is presented based on weakly compressible SPH method used for simulation of free surface flows with violated changes in free surface. Dam break in a closed tank was simulated here as one of the main test cases for validation of the free surface flow model and its results were compared with the experimental data, analytical solutions, and previous numerical results. Also, in order to study the effects of viscosity, the shear flow between two parallel plates (Couette flow) and shear cavity flow are modeled and the results were compared with the available analytical and numerical results. All comparisons showed the power of the developed model in modeling free surface and shear flows.

**Keywords:** Lagrangian Methods, Free Surface Flows, Weakly Compressible SPH Method, Dam break, shear cavity, Couette flow.

Received: August 21, 2009

Accepted: August 03, 2011

## ارایه یک مدل هیدرودینامیک ذرات هموارشده (SPH) استاندارد برای شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد

علیرضا ولی زاده<sup>۱</sup>، مهدی شفیعی فر<sup>۲\*</sup>  
و علی اکبر صالحی نیشابوری<sup>۳</sup>

### چکیده

در این مقاله یک مدل لاگرانژی مبتنی بر حرکت ذرات که براساس روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده تراکم پذیر (SPH) تهیه شده است، ارایه می شود. این مدل قادر به شبیه سازی جریانهای سطح آزاد با تغییرات شدید در سطح آزاد است. شکست سد درون یک مخزن بسته به عنوان یکی از آزمونهای اصلی در صحت سنجی مدل های عددی جریانهای با سطح آزاد در اینجا شبیه سازی می شود و نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی پیشین مقایسه می گردد. همچنین جریان بین دو صفحه موازی (Couette flow) و جریان گودال برشی به منظور بررسی تاثیر لزجت شبیه سازی و با نتایج عددی مقایسه می شوند. همه نتایج بیانگر عملکرد مناسب مدل تهیه شده می باشند.

**کلمات کلیدی:** روشهای لاگرانژی، جریانهای با سطح آزاد، روش SPH تراکم پذیر، شکست سد، جریان بین دو صفحه موازی، جریان گودال برشی.

تاریخ دریافت مقاله: ۳۰ مرداد ۱۳۸۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۲ مرداد ۱۳۹۰

1- PhD Civil Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, Email: vali802000@yahoo.com

2- Associate Professor, Civil Engineering Dep., Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, Email: shafiee@modares.ac.ir

3- Professor, Civil Engineering Dep., Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, Email: salehi@modares.ac.ir

\*- Corresponding Author

۱- دانش آموخته دکتری مهندسی عمران، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۲- دانشیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

۳- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

\*- نویسنده مسئول

شکل لاگرانژی معادلات خطاهای پخش عددی حذف میشوند و از اینرو می‌توان تغییرات سریع در جریان را راحت‌تر شبیه‌سازی نمود، لذا در این تحقیق براساس روش SPH تراکم‌پذیر مدل جریان سطح آزاد تهیه می‌شود.

در اینجا پس از معرفی اصول روش SPH و ارایه معادلات و فرمول‌های لازم، و ارایه آزمون‌های پایه برای مدل تهیه‌شده، شبیه‌سازی شکست سد درون یک مخزن بسته به عنوان یکی از جریان‌های سطح آزاد با تغییرات شدید در سطح آزاد، انجام می‌گیرد و مقایسه این نتایج با نتایج عددی، آزمایشگاهی و تحلیلی ارایه می‌شود.

## ۲- معادلات حاکم

شکل لاگرانژی معادلات بقای جرم و بقای مومنتم در روش SPH به صورت زیر می‌باشد (Monaghan, 1994):

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\nabla \cdot (\rho u) + u \cdot \nabla \rho \quad (1)$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 u + f_b \quad (2)$$

که  $\rho$ ،  $u$  و  $t$  به ترتیب بیانگر چگالی سیال، سرعت سیال و زمان می‌باشند.  $p$  فشار،  $\nu$  ضریب لزجت و  $f_b$  نیروی حجمی (مثل جاذبه زمین) را بیان می‌دارند.

در روش SPH تراکم‌ناپذیر به جای استفاده از معادله پواسون برای محاسبه فشار، با تعریف رابطه‌ای بین فشار و چگالی به صورت معادله حالت زیر (rolehctaB, 4791) فشار بر حسب تغییرات چگالی محاسبه می‌شود:

$$p = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (3)$$

در اینجا فشار بر حسب پاسکال (Pa)،  $B = c^2 \rho_0 / \gamma$ ،  $\rho_0$  چگالی مبنای،  $\gamma$  عدد ثابتی است که در اکثر شبیه‌سازها مساوی ۷ در نظر گرفته شده است (Monaghan, 1994).  $c$  سرعت صوت می‌باشد که معمولاً با سرعت واقعی صوت در سیال متفاوت است و در حدود ۰.۱ برابر بیشترین سرعت محتمل ذرات سیال در مساله مورد حل اتخاذ می‌شود. با استفاده از این تکنیک تغییرات چگالی در سیال آب حدود ۱٪ چگالی اصلی آب خواهد بود (Monaghan, 1994) و می‌توان گفت که در طول حل چگالی آب تقریباً ثابت می‌ماند.

محاسبه عددی جریان‌های سطح آزاد غیرخطی شبیه شکست سد و شکست موج آسان نیست زیرا شکل و مکان مرز سطح آزاد بین هوا و آب از قبل تعیین شده نمی‌باشد. علاوه بر این جداسازی و درهم‌فرورفتگی‌های ناپایدار نیز اغلب در این نوع جریانها رخ می‌دهند. استفاده از روشهای عددی اویلری (پناهی و همکاران، ۶۸۳۱ Lin & Liu, 1998)، با استفاده از تکنیک‌های مختلف مانند VOF یا MAC در شبیه‌سازی این جریانها رایج است که به دلیل پخش عددی و لزوم حل معادلات مخصوص در مرز سطح آزاد مشکلات خاص خود را دارند.

روشهای لاگرانژی مبتنی بر حرکت ذرات شبیه روش هیدرودینامیک ذرات هموارشده (Smoothed Particle Hydrodynamics) یا به صورت مختصر روش SPH (Monaghan, 2005) و روش نیمه‌ضمنی ذرات متحرک (MPS) (Kushizuka et al., 1998) در سالهای اخیر برای شبیه‌سازی جریانهای مختلف به کار برده شده‌اند. از جمله مطالعه شکست امواج و از سرگذری موج از روی سازه‌های ساحلی (la te arietseG-zemoG; 1002, oinK & elpmyrIaD, 5002; la te hotoG; 3002, oL & oahS, 4002)، امواج ضربه‌ای (منصوررضایی و عطایی آشتیانی، ۷۸۳۱) و جابجایی مایع درون مخزن (حسینی امین و تقی زاده منطری، ۳۸۳۱) با استفاده از روش HPS مدل‌سازی شده‌اند. در روش SPM به منظور تعیین فشار که با استفاده از حل معادله پواسون به صورت ضمنی به دست می‌آید (la te akuzihsuK, 8991)، باید ذرات مرزی مشخص شوند، اما در روش HPS تراکم‌پذیر، سیال تراکم‌پذیر فرض می‌شود و فشار با استفاده از یک معادله حالت محاسبه می‌شود، در نتیجه محاسبات کمتری نسبت به روش SPM نیاز دارد (zneB, 0991; la te nahganom, 9991). مزیت مهم دو روش HPS و SPM در این است که به دلیل استفاده از معادلات لاگرانژی ناپوی استوکس، ترم‌های جابجایی حذف می‌شوند و خطای پخش عددی خودبخود از بین می‌رود (nahguaV, 5002). به دلیل اینکه هزینه محاسباتی روش SPM نسبت به روش HPS بیشتر است و دقت شبیه‌سازی‌های انجام‌شده با استفاده از روش HPS مورد قبول محققین قبلی بوده است (Vaughan, 2005; Dalrymple & Knio, 2001)، با توجه به اینکه در روش SPH نیاز به تعریف شرایط مرزی خاص در مرز آزاد جریان وجود دارد (در حالی‌که در روشهای اویلری مثل VOF برای تعریف مرز سطح آزاد از جریان دوفازی استفاده می‌شود و قسمت عمده‌ای از محاسبات در این قسمت انجام می‌شود)، همچنین به دلیل حذف ترمهای انتقال در

$$W_{ij} = \frac{96}{1199\pi h^2} \begin{cases} (2.5-q)^4 - 5(1.5-q)^4 + 10(0.5-q)^4 & 0 \leq q \leq 0.5 \\ (2.5-q)^4 - 5(1.5-q)^4 & 0.5 \leq q \leq 1.5 \\ (2.5-q)^4 & 1.5 \leq q \leq 2.5 \\ 0 & 2.5 \leq q \end{cases} \quad (8)$$

که  $q = r_{ij} / h_{ij}$  است. طول هموارساز  $h$  به اندازه  $1/4$  برابر فاصله اولیه بین ذرات در نظر گرفته می‌شود.

روش SPH یک روش عددی صریح می‌باشد که می‌توان آن را با استفاده از روشهای موجود مانند attuK-egnuR پیش‌بینی - تصحیح و روش gorF-paeL حل کرد. در این تحقیق روش gorF-paeL مرتبه دو به کار می‌رود زیرا به فضای حافظه کمتری نیاز دارد و در هر گام زمانی فقط یک مرتبه نیروها را محاسبه می‌کند (Wit, 2006). بنابراین در معادلات (۴) تا (۶)، سرعت، چگالی و موقعیت ذره در گامهای زمانی میانی به صورت زیر تخمین زده می‌شوند:

$$\begin{aligned} \rho^{n+1/2} &= \rho^{n-1/2} + \Delta t f_1(\hat{u}^{*n}, x^n), \\ u^{n+1/2} &= u^{n-1/2} + \Delta t f_2(\rho^{*n}, u^{*n}, x^n), \\ x^{n+1} &= x^n + \Delta t \hat{u}^{*n+1/2} \end{aligned} \quad (9)$$

که  $\hat{u}$  از رابطه (۶) به دست می‌آید. تخمین  $\rho^{*n}, u^{*n}$  به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \rho^{*n} &= \rho^{n-1/2} + \frac{1}{2} \Delta t f_1(\hat{u}^{*n-1}, x^{n-1}), \\ u^{*n} &= u^{n-1/2} + \frac{1}{2} \Delta t f_2(\rho^{*n-1}, u^{*n-1}, x^{n-1}) \end{aligned} \quad (10)$$

شرط فردریک-کورانت نیز باید به صورت زیر برآورده شود (Monaghan, 1992):

$$\Delta t \leq \min(0.4 \frac{h}{c + 0.6\alpha \Pi c}, \min 0.25(\frac{h}{f_i})^2) \quad (11)$$

که در آن  $c$  سرعت صوت،  $\alpha$  پارامتر مربوط به لزجت مصنوعی و  $f_i$  ماکزیمم شتاب (نیرو بر واحد جرم) ذرات است.

در شبیه‌سازی مرزهای بسته در این تحقیق از روش اصلاح شده موناگان (5002, nahganoM) استفاده می‌شود که مرز جامد را با یک ردیف ذرات که دارای جرم و چگالی ثابت (معمولاً برابر با چگالی ذرات سیال) و فشار صفر هستند، بیان می‌کند. مکان این ذرات در طول حل ثابت است. با فرض اینکه  $a$  ذره سیال و  $k$  ذره مرزی و  $n$  بردار واحد عمود بر مرز در محل ذره  $k$  باشد، آنگاه نیروی وارد بر ذره  $k$  از طرف ذره  $a$  برابر است با:

معادلات (۱) و (۲) با استفاده از فرمولاسیون SPH و به منظور تعیین تغییرات زمانی چگالی، سرعت و تغییر موقعیت ذرات سیال به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شوند:

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = f_1(\hat{u}, x) = \sum_j m_j (u_i - u_j) \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{Du_i}{Dt} &= f_2(\rho, u, x) = \\ &- \sum_j m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + f_i \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{Dx_i}{Dt} = \hat{u} = u_i + \varepsilon \sum_j m_j \left( \frac{u_j - u_i}{\bar{\rho}_{ij}} \right) W_{ij} \quad (6)$$

که  $i$  و  $j$  بیانگر شماره ذرات،  $m_j$ ،  $\rho_j$ ،  $P_i$  و  $u_i$  به ترتیب جرم، چگالی، فشار و سرعت مربوط به ذره  $j$ ،  $W_{ij} = W(x_i - x_j, h)$  مقدار تابع هموارسازی برای اندرکنش بین ذره  $i$  و ذره  $j$  می‌باشد. در اینجا  $x$  برداری است که موقعیت ذرات را نشان می‌دهد.  $\bar{\rho}_{ij} = (\rho_i + \rho_j) / 2$ ،  $\varepsilon$  ضریبی است که در حالت کلی بین صفر و یک انتخاب می‌شود و اگر برابر یک باشد، ذره با سرعت میدان حرکت می‌کند و اگر برابر با صفر باشد ذره فقط با سرعت خودش حرکت خواهد کرد (در این تحقیق  $\varepsilon = 0.5$  در نظر گرفته می‌شود).  $\Pi_{ij}$  ترم تنش لزجت می‌باشد که برای پایداری حل در اکثر شبیه‌سازیها ضروری می‌باشد و در بعضی از آزمونها میتواند به عنوان لزجت مصنوعی عمل کند. ترم لزجت به صورت زیر شبیه‌سازی می‌شود (5002, nahganoM):

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} 0 & u_{ij} \cdot r_{ij} \geq 0 \\ -\frac{\alpha h c}{\bar{\rho}_{ij}} \frac{u_{ij} \cdot r_{ij}}{r_{ij}^2 + \varphi^2} & u_{ij} \cdot r_{ij} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

که  $\alpha$  مقدار ثابتی است که بین  $0.1$  و  $1$  قرار دارد.  $u_{ij} = u_i - u_j$  چگالی متوسط  $\bar{\rho}_{ij} = (\rho_i + \rho_j) / 2$  اختلاف سرعت،  $r_{ij} = r_i - r_j$  فاصله بین دو ذره و  $c$  سرعت صوت می‌باشد.  $\varphi = 0.1h_{ij}$  برای جلوگیری از صفرشدن مخرج کسر هنگامیکه دو ذره خیلی به هم نزدیک باشند، به کار می‌رود. که  $h_{ij} = (h_i + h_j) / 2$

تابع میانیاب نواری مرتبه چهارم (quadratic spline) به کار می‌رود که شکل دوعبدهی آن به صورت زیر می‌باشد (Liu & Liu, 2003):

### ۳- نتایج شبیه‌سازی‌های مدل HPS

بررسی عملکرد مدل تهیه‌شده صحت‌سنجی آن با اجرای مدل برای تعدادی از آزمونهای هیدرودینامیک صورت پذیرفته است که در ادامه برخی از آزمونهای انجام‌گرفته شامل جریان بین دو صفحه موازی، جریان گودال برشی و شکست سد ارایه می‌گردد.

#### ۳-۱- جریان بین دو صفحه موازی

دو صفحه موازی نامحدود به فاصله یک متر از هم قرار دارند و در نبود نیروی جاذبه زمین این دو صفحه با سرعت برابر با  $U$  و در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، شرایط اولیه سرعت جریان در همه ذرات صفر است و با گذشت زمان باید به حالت پایدار برسد. حل تحلیلی این مساله برای شرایط بیان شده به صورت زیر است (Batchelor, 1974):

$$u_x = -U(1-2y) + \frac{4U}{\pi} \sum_{j=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{1}{j} \sin(j\pi y) \exp(-j^2 v \pi^2 t) \quad (15)$$

که  $\nu$  لزجت سینماتیکی،  $x$  راستای حرکت صفحات و  $y$  جهت عمود بر صفحات،  $t$  زمان و  $U$  سرعت حرکت دیواره‌هاست. در این شبیه‌سازی  $U$  برابر با واحد،  $\nu = 3.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$  و تعداد ۸۰۰ ذره با فاصله اولیه ۰/۰۵ متر به کار برده می‌شوند. در شکل ۱ مقایسه سرعتها برای حل تحلیلی و حل SPH نشان داده شده است. در این شکل  $T$  زمان بر حسب ثانیه است. پس از ۳ ثانیه جریان به حالت پایدار می‌رسد و در تمام مراحل گسترش جریان نتایج هر دو مدل کاملاً بر هم منطبق هستند و سرعت قائم ذرات صفر و سرعت افقی در  $y=0.5$  صفر است (شکل ۱-ب).

$$f_{ka} = -\frac{m_a}{m_a + m_k} B(x, y) n_k \quad (12 \text{ الف})$$

و نیروی وارد بر ذره سیال از طرف ذره مرزی برابر است با:

$$f_{ak} = \frac{m_k}{m_a + m_k} B(x, y) n_k \quad (12 \text{ ب})$$

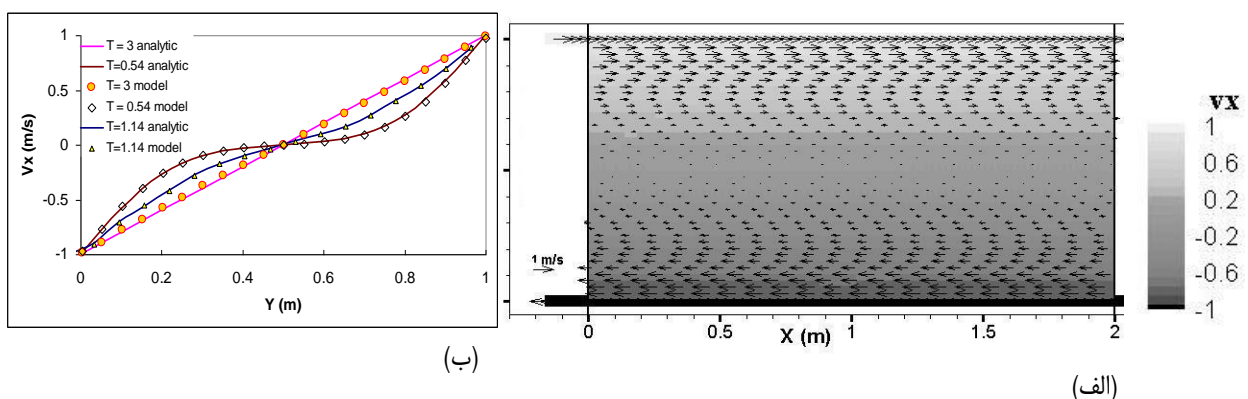
در راستای عمود بر مرز و  $x$  فاصله افقی دو ذره در راستای موازی با مرز است.  $B(x, y) = \Gamma(y) \chi(x)$  و  $y$  فاصله قائم ذره سیال از ذره مرزی

$$\chi(x) = \begin{cases} (1 - \frac{x}{\Delta p}) & 0 < x < \Delta p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

$$\Gamma(y) = \beta \begin{cases} 2/3 & 0 < q < 2/3 \\ (2q - 3q^2/2) & 2/3 < q < 1 \\ 0 & 1 < q < 2 \end{cases} \quad (14)$$

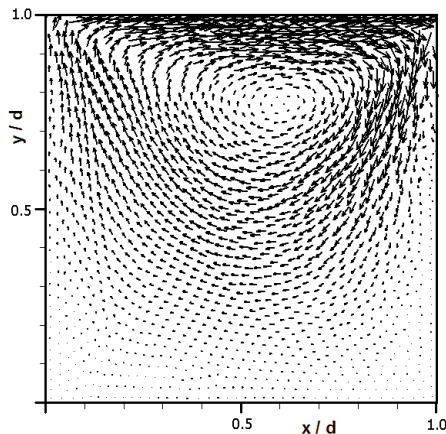
که  $q = r_{ij}/h$  و  $r_{ij}$  فاصله بین ذره سیال و ذره مرزی و  $\Delta p$  فاصله اولیه بین ذرات است و  $\beta = 0.02 * c_s^2 / y$  تخمینی از ماکزیمم نیروی لازم جهت جلوگیری از عبور ذره از مرز می‌باشد. این رابطه باعث می‌شود که ذره‌ای که موازی با مرز حرکت می‌کند در اثر نیروهای مرزی دچار نوسان نشود و اثر مرز به درستی اعمال شود.

به منظور یافتن ذرات مجاور یک ذره برای محاسبه اندرکنش‌ها از الگوریتم معروف به شبکه زنجیره‌ای (link-list) استفاده می‌شود (Monaghan, 1985). در این الگوریتم در هر گام زمانی تمام محیطی که ذرات در آن قرار دارند به شبکه مربع یا مستطیلی تقسیم‌بندی می‌شود. و در هنگام جستجو برای یافتن ذرات همسایه یک ذره، مقایسه فقط با ذراتی انجام می‌شود که درون یکی از ۹ المان مجاور المان مربوط به ذره قرار داشته باشند (ولی‌زاده، ۱۳۸۷).



شکل ۱- جریان بین دو صفحه موازی؛ الف) بردارهای سرعت ب) مقایسه سرعت در راستای x

مجدداً به حالت پایداری می‌رسد که مقدار اندکی با حالت پایدار اولیه متفاوت است و تا پایان محاسبات که برای ۳ ثانیه انجام شده است، پایدار می‌ماند. در مقایسه با پایداری اولیه، نتایج به دست آمده از پایداری نهایی بسیار نزدیکتر به نتایج روش تفاضل محدود (FDM) می‌باشد. در شکل ۲ بردارهای سرعت در مرحله پایداری نهایی نشان داده شده‌اند و می‌توان الگوی جریان گردابی را به خوبی مشاهده نمود. در این شکل طول بردارها نشان دهنده اندازه بردار سرعت است (d=0.001 m, U<sub>0</sub>=0.001m/s). در شکل ۳-الف نیمرخ‌های سرعت قائم در امتداد خط افقی مرکزی مربع و در شکل ۳-ب نیمرخ‌های سرعت افقی در امتداد خط قائم مرکزی مربع به صورت بی بعد نشان داده شده‌اند. از مشاهده این اشکال می‌توان نتیجه‌گیری کرد که نتایج روش SPH حاضر با نتایج روش تفاضل محدود همخوانی مناسبتری دارند.

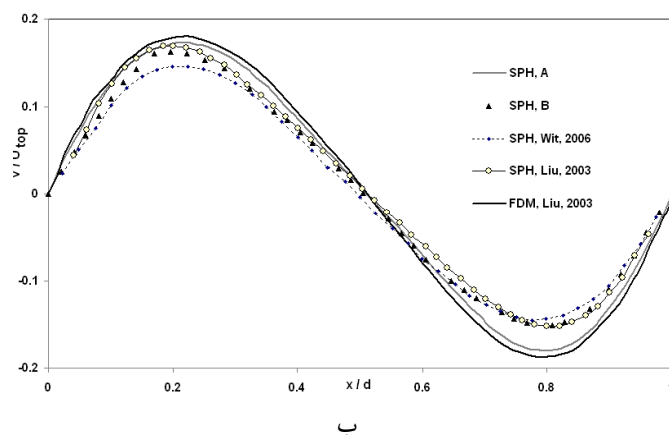


شکل ۲- بردارهای سرعت در حالت پایدار جریان گودال برشی.

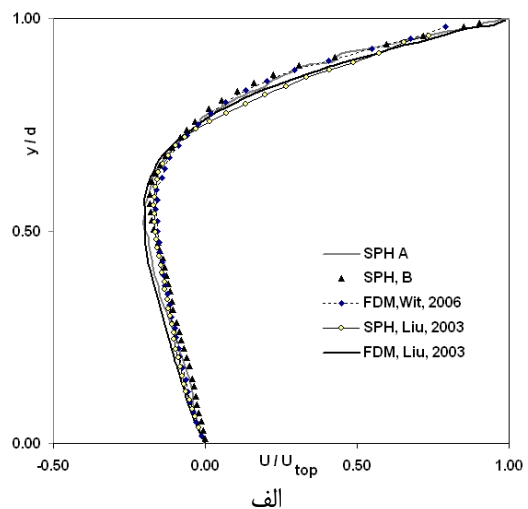
در اینجا برای مدل‌سازی مرزهای باز ورودی و خروجی از تکنیک مرزهای پرئودیک استفاده شده است. به این صورت که در هر گام زمانی قبل از انجام محاسبات، ذرات موجود در سمت راست مرز سمت چپ که در فاصله  $(0 < x < 4h)$  قرار دارند با تمام خصوصیاتشان از جمله سرعت و چگالی در سمت راست مرز سمت راست تکرار می‌شوند و همچنین ذرات موجود در سمت چپ مرز سمت راست که در فاصله  $(2-4h < x < 2)$  قرار دارند در سمت چپ مرز سمت چپ تکرار می‌شوند.

### ۲-۳- جریان گودال برشی

در مساله گودال برشی که به عنوان یکی از آزمونهای استاندارد برای بررسی تاثیر لزجت به کار برده می‌شود، جریان سیال درون یک سطح مربعی که با مرزهای بسته محصور است و مرز بالایی آن با سرعت ثابتی حرکت می‌کند، شبیه‌سازی می‌شود. جریان سیال پس از مدتی به حالت تعادل می‌رسد و یک گردابه تشکیل می‌شود. در اینجا آزمون به کار رفته توسط محققین پیشین (Liu & Liu, 2003; Wit, 2006) که مربعی به ضلع ۰/۰۰۱ متر که سیال درون آن آب با چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و لزجت سینماتیکی  $10^{-6}$  مترمربع بر ثانیه می‌باشد و ضلع بالایی با سرعت ۰/۰۰۱ متر بر ثانیه حرکت می‌کند، شبیه‌سازی می‌شود. تعداد ذره ۱۶۰۰ (۴۰\*۴۰) ذرات آب و ۳۲۰ ذره مرزها را تشکیل می‌دهند. بعد از حدود ۴۰۰۰ گام زمانی که معادل ۰/۲۵ ثانیه است، جریان به حالت پایدار می‌رسد که نتایج تحقیقات قبلی براساس همین پایداری ارائه شده است. در این تحقیق اجرای برنامه برای زمانهای بیشتر هم ادامه داده شد و مشاهده شد که حالت پایدار به تدریج تغییر می‌کند و پس از حدود ۲۳۰۰۰ گام زمانی که معادل ۱/۳۲ ثانیه است جریان



ب



الف

شکل ۳- نیمرخ‌های سرعت در آزمون گودال برشی: (الف) سرعت افقی (ب) سرعت قائم.

### ۳-۳- شکست سد

با افزایش اندازه ذرات حل نوسانی می‌شود و با کاهش اندازه ذرات از نوسانات کاسته می‌شود. به طوری که حل‌های با اندازه ذرات ۰/۰۲ و ۰/۰۱ با وجود اختلاف کم مشابه می‌باشند و بیشتر از آنکه به نتایج آزمایشگاهی نزدیک باشند، به حل عددی VOF نزدیک است. در هر حال با توجه به اختلاف قابل توجه تعداد ذرات که در حدود ۳/۶ برابر بیشتر می‌باشد، می‌توان گفت در نظر گرفتن اندازه ذرات برابر با ۰/۰۲ متر مناسب می‌باشد و نتایج ارایه شده با اتخاذ این مقدار به دست آمده‌اند.

مقایسه نتایج SPH با نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل عددی Nielsen برای عمق آب در H1 و H2 به ترتیب در اشکال ۵-الف و ۵-ب نشان داده شده است. ارتفاع آب در محلهای اندازه‌گیری به تدریج بالا می‌آید و پس از برخورد آب به دیواره و برگشت آب به صورت ناگهانی ارتفاع آب افزایش می‌یابد. ارتفاع سنج H1 که به دیواره نزدیکتر است این تغییر را زودتر ثبت میکند. تا قبل از برخورد به دیواره حلهای مختلف اختلاف ناچیزی دارند به گونه‌ای که در شکل ۵ برای زمانهای قبل از  $t\sqrt{g/h} < 4/5$  به سختی قابل تمیز می‌باشند. اما پس از برخورد آب به دیواره اختلاف نتایج زیاد می‌شود و ارتفاع محاسبه شده عددی بیشتر از آزمایشگاهی است. پس از مدتی سطح آب پایین افتاده و پایین‌تر از سطح آب در مدل آزمایشگاهی قرار می‌گیرد.

در شکل ۶ نتایج فشارسنج P2، افزایش پیوسته فشار را از لحظه برخورد آب به دیواره نشان می‌دهد تا جایی که اولین پیک نمایان می‌شود که در اثر برگشت آب از دیواره رخ می‌دهد. یک پیک کوچک دیگر هم در اثر پایین آمدن آب بر روی دیواره ظاهر می‌شود. فشار محاسبه شده عددی پایین‌تر از آزمایشگاهی است اما پیک دوم آن تقریباً بر پیک آزمایشگاهی منطبق است.

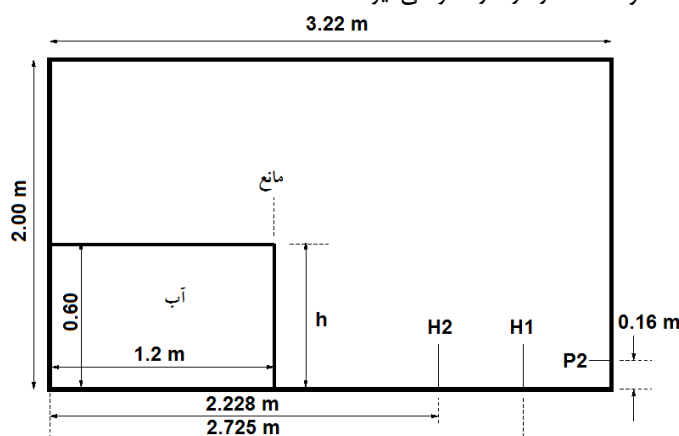
پدیده شکست سد که با برداشتن ناگهانی یک مانع از جلوی یک حجم آب و رهاشدن سریع آب رخ می‌دهد، به عنوان یکی از تست‌های پایه در مطالعات جریانهای سطح آزاد به کار می‌رود (Hirt & Nichols, 1981; Pan CH et al., 1993; Zhou et al. (1999). (Shao & Lo, 2003; Monaghan, 1994 درون مخزنی به عرض یک متر و مطابق با شکل ۴ جریان ناشی از شکست سد و برخورد آن به دیواره را به صورت آزمایشگاهی بررسی نمودند. تغییرات سطح آب با استفاده از دو دستگاه عمق‌سنج (H1 و H2) که به ترتیب در فواصل ۲/۲۲۵ و ۲/۲۲۸ متری از دیواره قرار دارند اندازه‌گیری می‌شود. فشارسنج در فاصله ۰/۱۶ متری از کف قرار دارد و فشار را اندازه‌گیری می‌نماید. (Nielsen (2003 نتایج آزمایشگاهی مذکور را برای مقایسه مدل عددی خود که براساس یک روش VOF تهیه شده بود به کار گرفت. در اینجا نتایج آزمایشگاهی مذکور و نتایج مدل Nielsen (2003 با نتایج مدل SPH مقایسه می‌گردد.

در مدل SPH وقتی که نیاز است شبیه‌سازی با استفاده از فشار هیدروستاتیکی شروع شود (شبیه شکست سد)، توزیع چگالی اولیه ذرات به صورت زیر تعریف می‌شود (Mahan, 1991):

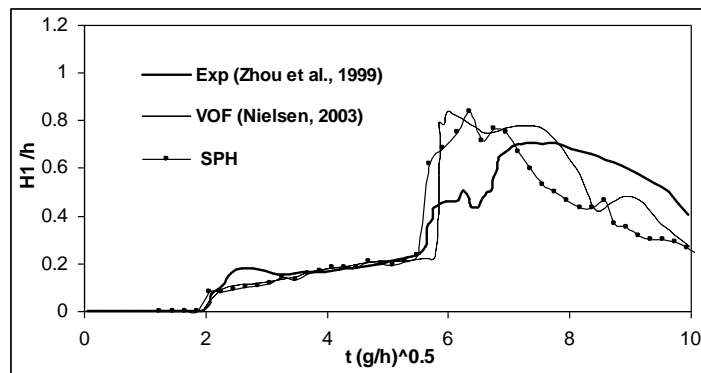
$$\rho_i = \rho_0 \left(1 + \frac{\rho_0 g (d - y_i)}{B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (16)$$

که  $d$  عمق اولیه آب،  $y_i$  موقعیت قائم ذره و بقیه پارامترها مانند قبل می‌باشند.

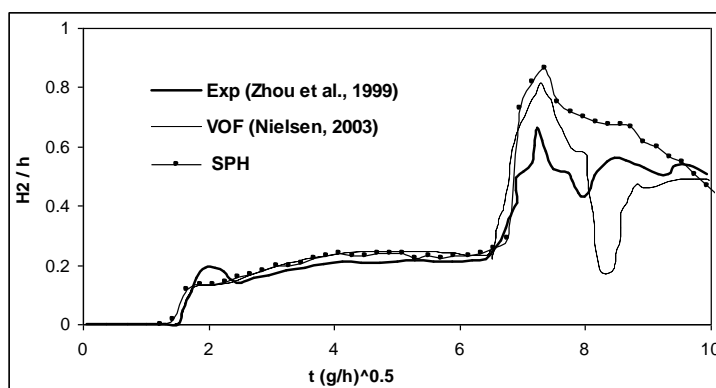
به منظور دستیابی به تعداد ذرات مناسب برای شبیه‌سازی، فواصل اولیه ذرات ۰/۰۳، ۰/۰۲۵، ۰/۰۲ و ۰/۰۱ متر انتخاب می‌شود که به ترتیب تعداد ۱۱۰۳، ۱۵۱۲، ۲۲۴۷ و ۸۰۷۸ ذره را در نظر می‌گیرند.



شکل ۴- مخزن مورد استفاده در شبیه‌سازی شکست سد (Zhou et al., 1999).

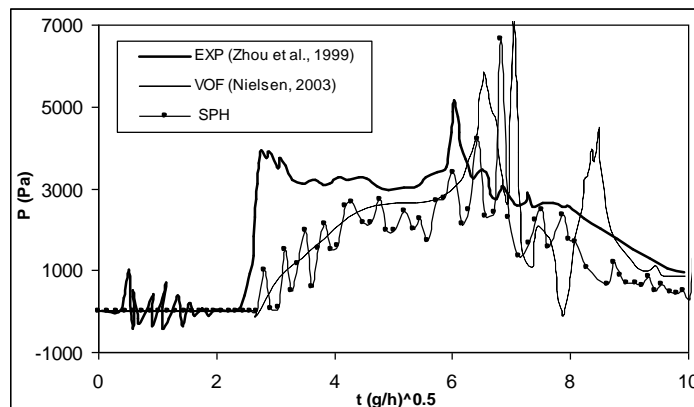


الف



ب

شکل ۵- تغییرات ارتفاع آب (بی بعد شده) با زمان (بی بعد شده) در محل‌های H1 (الف) و H2 (ب) برای مساله شکست سد



شکل ۶- تغییرات فشار (Pa) با زمان (بی بعد شده) در نقطه P2 برای مساله شکست سد

جدول ۱- ضریب همبستگی و درصد خطای حل‌های عددی با

نتایج آزمایشگاهی Zhou et al. (1999).

	VOF (Nielsen et al., 2003)		1-phase SPH	
	درصد خطا	ضریب همبستگی	درصد خطا	ضریب همبستگی
H1	35.0	0.832	27.8	0.821
H2	29.1	0.811	28.5	0.945
P2	64.5	0.367	56.6	0.548

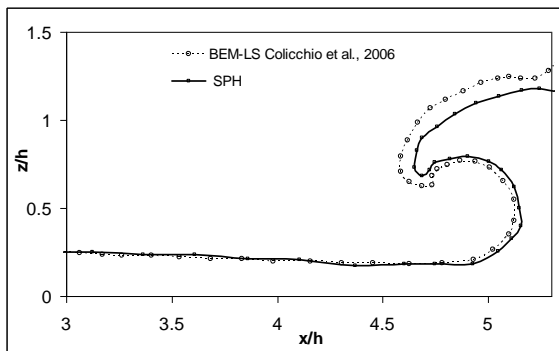
درصد اختلاف و ضریب همبستگی بین نتایج عددی و آزمایشگاهی محاسبه گردیده که نتایج آن در جدول ۱ ارائه شده است. از مقایسه اعداد موجود در این جدول و با توجه به نمودارهای اشکال ۵ و ۶ ارائه شده می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که در مجموع مدل SPH بهتر از مدل عددی Nielsen شکست سد را شبیه‌سازی می‌نماید. هرچند نتایج آزمایشگاهی و عددی به هم شباهت دارند، اما تطابق لازم بین نتایج وجود ندارد. در هر حال در نتایج آزمایشگاهی همانگونه که ادعا شده است، تغییر خیلی کوچک در شرایط اولیه باعث تغییرات قابل توجهی در نتایج می‌شود.

است و بعد از برخورد جریان به دیواره نتایج شبیه به هم می‌باشند. مدل SPH سطح آب را پایین‌تر از مدل Colicchio نشان می‌دهد. وجود هوای محبوس در بالشتک به وجود آمده در مدل دوفازی Colicchio سطح بزرگتری را نسبت به مدل SPH که تک‌فازی است (فقط ذرات آب را در نظر می‌گیرد)، نشان می‌دهد که در نتیجه وجود ذرات هوا در مدل Colicchio و همکاران برخورد جت آب برگشتی به سطح آب در فاصله دورتری از دیواره اتفاق می‌افتد.

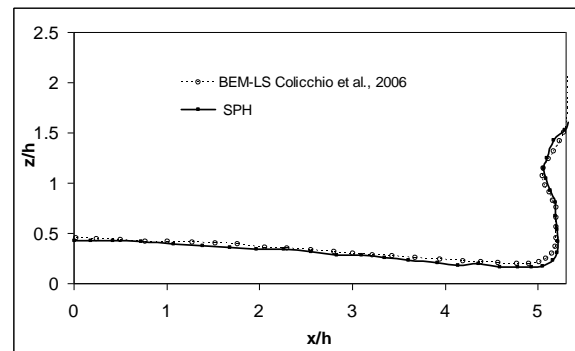
علاوه بر آزمون‌های فوق، رها شدن ناگهانی یک ستون آب به ارتفاع ۰/۲ و طول ۰/۱ متر درون یک مخزن مستطیلی نیمه بی‌نهایت (یعنی ستون آب پس از رها شدن مسیر خیلی طولانی‌ای را قبل از رسیدن به دیواره مقابل مخزن طی می‌کند) به صورت آزمایشگاهی مدل‌سازی شده است. (Martin and Moyce (1952) و محققان دیگری این نتایج آزمایشگاهی را برای صحت‌سنجی مدل‌های مختلف جریان سطح آزاد به کار بردند که از آن جمله می‌توان مدل‌های اوپلری که از تکنیک VOF (Hirt and Nichols, 1981) یا تکنیک MAC (Pan CH et al., 1993) استفاده می‌کنند و روش SPH تراکم‌ناپذیر (Shao and Lo, 2003) (I-SPH)، که معادله پواسون را برای به دست آوردن فشار حل می‌کند، را نام برد.

به این معنی که تکرار یک آزمایش دقیقاً همان نتایج را نمی‌دهد. و این باعث می‌شود که بعد از زمان  $t\sqrt{g/h} > 6$  جریان شدیداً وابسته به شرایط اولیه می‌شود و بی‌نظمی‌های به وجود آمده ناشی از همین می‌باشند. علاوه بر این شبیه‌سازی دوبعدی یک جریان سه‌بعدی نیز باعث به وجود آمدن خطا می‌شود.

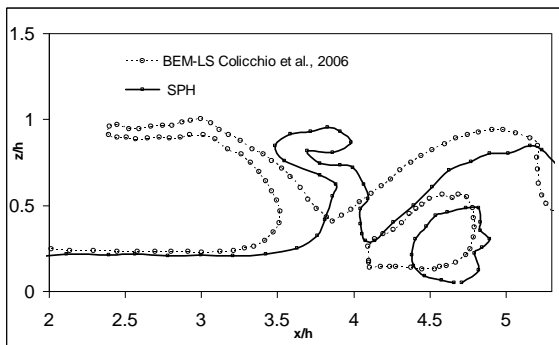
متأسفانه نیمرخ‌های جریان که از نتایج آزمایشگاهی به دست آمده باشند در هیچ یک از مراجع ارایه نگردیده‌اند. در شکل ۷ نیمرخ بی‌بعد شده سطح آزاد جریان در مثالی مشابه مثال قبل (تمام ابعاد و مقادیر مشابه مدل آزمایشگاهی (Zhou et al. (1999) می‌باشد که توسط Colicchio et al. (2006) و با استفاده از یک مدل جریان دوفازی که ترکیبی از روش‌های BEM و Level Set است به دست آمده است، جهت مقایسه ارایه گردیده است. در این شکل محور افقی بر حسب نسبت فاصله از محل مانع (x) به عمق آب در مخزن (h) و محور قائم بر حسب نسبت ارتفاع تراز آب (z) به عمق آب در مخزن (h) می‌باشند. در این شکل نیمرخ‌های بدست آمده از مدل SPH با نتایج عددی Colicchio و همکاران در زمانهای ۴/۶ ثانیه، ۵/۶۴ ثانیه، ۶/۴۸ ثانیه و ۷/۱۴ ثانیه به ترتیب در شکل‌های ۷-الف، ب، ج و د با هم مقایسه گردیده‌اند. فاصله عملکرد هر دو مدل در شبیه‌سازی جریان قبل از برخورد به دیواره بسیار نزدیک به یکدیگر



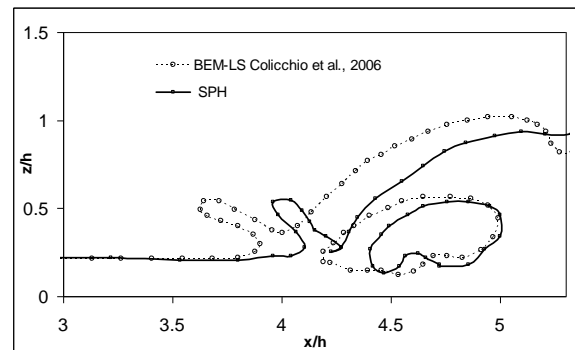
ب



الف



د



ج

شکل ۷- نیمرخ‌های بی بعد شده جریان شکست سد در زمانهای ۴/۶ ثانیه (الف)، ۵/۶۴ ثانیه (ب)، ۶/۴۸ ثانیه (ج) و ۷/۱۴ ثانیه (د).



شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد مانند نوسان سیال درون مخازن، انتشار امواج دریا و شکست آنها، شکست سد و سونامی به کار برده شود و به عنوان ابزاری در خدمت محققین و مهندسين کشور قرار بگیرد.

## ۵- تقدیر و تشکر

تحقیق حاضر با حمایت مالی سازمان مدیریت منابع آب و در پژوهشکده مهندسی آب دانشگاه تربیت مدرس انجام شده است. از مسئولین محترم که امکان انجام تحقیق حاضر را فراهم نموده اند و همچنین از کمک های علمی آقای پروفیسور Joe Monaghan و همکارانشان در دانشگاه Monash در کشور استرالیا تشکر و قدردانی می شود.

## ۶- مراجع

پناهی، ر.، جهانبخش، الف.، سیف، م. و شفيعی، فر. م. (۱۳۸۶)، شبیه سازی عددی جابجایی مایع درون مخزن و بررسی اثر دیواره های میانی در کاهش گشتاور ناشی از آن، پانزدهمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، تهران، ایران، ۲۵-۲۷ اردیبهشت.

حسینی امین، س.م. و تقی زاده منظری، م. (۱۳۸۳)، استفاده از روش SPH برای مدل سازی Sloshing در یک مخزن نیمه پر، نشریه مهندسی دریا، سال اول شماره دوم، ۱-۱۰.

منصوررضایی، ص. و عطایی آشتیانی، ب. (۱۳۸۷)، شبیه سازی عددی امواج ضربه ای با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار شده تراکم پذیر، هفتمین کنفرانس هیدرولیک ایران،

ولی زاده، ع. (۱۳۸۷)، مدل سازی دوفازی پخش و انتقال آلودگیهای نفتی در دریا، رساله دکتری سازه های هیدرولیکی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

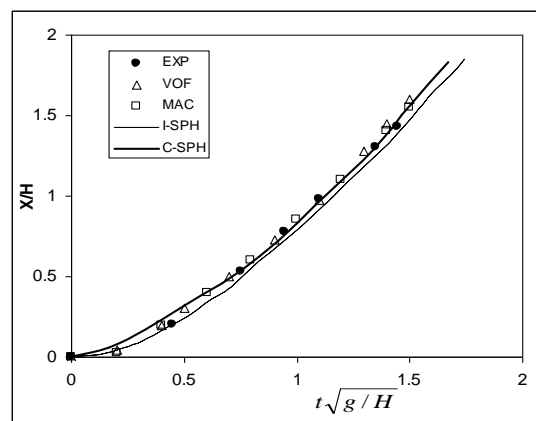
Batchelor, G K. (1974), *An introduction to fluid mechanics*. Cambridge University Press: Cambridge, 635 p.

Benz, W. (1990), Smooth particle hydrodynamics: a review, in: J.R. Buchler (Ed.), *The Numerical Modeling of Nonlinear Stellar Pulsation*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 269-288.

Colicchio, G., Greco, M. & Faltinsen, O. M. (2006), "A bem-level set domain decomposition strategy for nonlinear and fragmented interfacial flows", *Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 67, pp. 1385-1419.

در این تحقیق نیز از نتایج آزمایش مذکور به منظور صحت سنجی مدل SPH تهیه شده (که در شکل ۸ با C-SPH نشان داده شده است) استفاده شده است. در مدل SPH حاضر از ۸۰۰ ذره برای آب و ۱۶۰ ذره برای مرزهای جامد که فاصله اولیه بین آنها ۰/۰۵ متر است استفاده شده است. در شکل ۸ تغییرات جبهه موج ( $x/H$ ) با زمان ( $T = t\sqrt{g/H}$ ) و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی (Martin & Moyce, 1952)، مدل اوپلری MAC (Pan CH et al., 1993)، مدل اوپلری VOF (Hirt & Nichols, 1981) و مدل تراکم ناپذیر (I-SPH) و (Shao & Lo, 2003) قابل مشاهده است. اختلاف متوسط نتایج مدل SPH با نتایج آزمایشگاهی ۴/۳ درصد و با نتایج مدل های VOF، MAC و I-SPH به ترتیب ۱۶/۵، ۱۵/۸ و ۴/۴ درصد می باشد.

با انجام این آزمونها عملکرد مدل SPH تهیه شده در مدل سازی جریانهای با سطح آزاد که تغییرات سریع در سطح آزاد اتفاق می افتد، به خوبی نشان داده شد.



شکل ۸- مقایسه نتایج شکست سد در مدل SPH (C-SPH) و تحقیقات قبلی

## ۴- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق براساس معادلات روش SPH استاندارد یک مدل عددی برای شبیه سازی جریانهای با سطح آزاد تهیه شد که به جای حل معادله پواسون برای به دست آوردن فشار از معادله حالت و با در نظر گرفتن مقداری تراکم پذیری فشار را محاسبه می کند. صحت سنجی مدل تهیه شده از مقایسه نتایج به دست آمده برای جریانهای برشی نظیر جریان بین دو صفحه موازی و جریان گودال برشی و همچنین جریان سطح آزاد شکست سد با نتایج آزمایشگاهی و عددی انجام گرفت که تمام آزمونهای انجام شده موید عملکرد مناسب مدل SPH تهیه شده می باشند. بنابراین این مدل می تواند در

- Monaghan, J.J. (1992), "Smoothed particle hydrodynamics", *Annual Review of Astronomy Astrophys*, Vol. 30, pp. 543–574.
- Monaghan, J.J. (1994), "Simulating free surface flows with SPH". *Journal of Computational Physics*, Vol. 110, No.2, pp. 399–406.
- Monaghan, J.J. (2005), "Smoothed particle hydrodynamics". *Reports on Progress in Physics*, Vol. 68, pp. 1703-1759.
- Monaghan, J.J., Cas, R.A.F., Kos, A.M. and Hallworth, M. (1999), "Gravity currents descending a ramp in a stratified tank", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 379, pp. 39–70.
- Nielsen, K.B. (2003), "Numerical prediction of green-water loads on ships, PhD thesis", Technical university of Denmark, Denmark.
- Pan CH, Xu XZ and Lin BY. (1993), "Simulating free surface flows by MAC method", *Estuary and Coastal Engineering*, No. 1–2, pp. 51–58.
- Shao, S. and Edmond Y.M. Lo (2003), "Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface", *Advances in Water Resources* Vol. 26, pp. 787–800.
- Vaughan, GL. (2005), "Simulating breaking waves using smoothed particle hydrodynamics". Ph.D. Thesis, University of Waikato, Hamilton, New Zealand.
- Wit, D.L. (2006), "Smoothed Particle Hydrodynamics A Study of the possibilities of SPH in hydraulic Engineering", MSc Thesis, Delft University of Technology.
- Zhou, Z. Q., de Kat, J. O. and Buchner, B. (1999), *A nonlinear 3-D Approach to simulate green water dynamics on deck*. In 7<sup>th</sup> International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics. Nantes.
- Dalrymple, RA. and Knio O. (2001), "SPH modeling of water waves. Proceeding of Coastal Dynamics", ASCE, Lund, Sweden, pp. 779-787.
- Gomez-Gesteira, M., Cerqueiro, D. and Dalrymple, R.A. (2005), "Green water overtopping analyzed with a SPH model", *Ocean Engineering*, Vol. 32, pp. 223-238.
- Gotoh, H., Shao, S.D. and Memita, T. (2004), "SPH-LES Model for Numerical Investigation of Wave Interaction with Partially Immersed Breakwater". *Coastal Engineering Journal*, 46(1), pp. 39–63.
- Hirt, C.W. and Nichols BD. (1981), "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries". *Journal Computational Physics*, 39, pp. 201–25.
- Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y. (1998), "Numerical Analysis of Breaking Waves Using the Moving Particle Semi-Implicit Method". *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 26, pp. 751–769.
- Lin, P.Z. and Liu, L.F. (1998a), "A Numerical Study of Breaking Waves in the Surf Zone". *J. Fluid Mech.* Vol. 359, pp. 239–264.
- Liu, G.R. and M.B. Liu, (2003), "Smoothed Particle Hydrodynamics—A Meshfree Particle Method", World Scientific, Singapore.
- Martin, JC. and Moyce W.J. (1952), "An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, Ser. A*, Vol. 244, pp. 312–24.
- Monaghan, J.J. (1985), "Particle Methods for Hydrodynamics", *Physics Reports*, 3(2), 71p.