



تحلیل احتمال وقوع توأم و شرطی سیلاب و بارش‌های حداکثری روزانه با استفاده از توابع مفصل: مطالعه موردی حوضه آبخیز کن، تهران

محمد رضا مؤمنی^{۱*}، رضا مدرس^۲، سعید سلطانی کوپایی^۳

چکیده

در دهه‌های اخیر، وقوع مکرر سیلاب‌های مخرب در حوضه آبخیز کن واقع در غرب تهران، ضرورت تحلیل دقیق‌تر روابط میان بارش و رواناب را آشکار ساخته است. هدف از این پژوهش، بررسی وابستگی آماری بین دبی اوج لحظه‌ای سالانه و بارش‌های حداکثری روز وقوع سیلاب در بازه‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته با استفاده از توابع مفصل است. پس از تعیین همبستگی بین متغیرها با آزمون‌های کندال و اسپیرمن، بهترین توزیع‌های حاشیه‌ای و مفصل از میان مدل‌های فرانک، گامبل، کلایتون و پلاکت بر اساس آزمون کرامر فون مایزس و شاخص‌های AIC و BIC انتخاب شدند. نتایج نشان داد در زیرحوضه‌های سولقان و کیگا وابستگی قوی‌تری میان بارش و دبی وجود دارد و با افزایش مدت بارش از ۲۴ به ۷۲ ساعت، احتمال وقوع هم‌زمان بارش و سیلاب (دوره بازگشت توأم) افزایش می‌یابد. همچنین، تحلیل دوره بازگشت شرطی بیانگر آن است که عبور بارش از آستانه‌های بحرانی موجب افزایش چشمگیر دبی اوج و طولانی‌تر شدن دوره بازگشت شرطی می‌شود. این یافته‌ها نشان می‌دهد که بارش‌های بلندمدت نقش تعیین‌کننده‌ای در تولید سیلاب‌های بزرگ دارند و صرفاً شدت لحظه‌ای بارش نمی‌تواند شاخص مناسبی برای برآورد خطر سیلاب باشد. چارچوب پیشنهادی این پژوهش می‌تواند به‌عنوان ابزاری کاربردی در برآورد ریسک، طراحی سازه‌های کنترل سیلاب، تعیین اولویت اقدامات آبخیزداری و توسعه سامانه‌های هشدار زودهنگام در حوضه‌های مشابه مورد استفاده قرار گیرد.

کلیدواژه‌ها: توابع مفصل، حوضه آبخیز کن، دوره بازگشت توأم، دوره بازگشت شرطی، مقدار بارش روز سیلاب.

۱- مقدمه

سیل یکی از رایج‌ترین و ویرانگرترین مخاطرات طبیعی به شمار می‌رود که از دیرباز جوامع انسانی را تهدید کرده و همچنین خسارت‌های جانی و مالی گسترده‌ای به بار آورده است. از زمان شکل‌گیری نخستین تمدن‌ها در حاشیه رودخانه‌ها تاکنون، روند فزاینده توسعه شهرنشینی، تجاوز به بستر و حریم رودخانه‌ها و اثرات تغییرات اقلیمی، به افزایش فراوانی، شدت و پیچیدگی رخداد‌های سیلابی انجامیده است (Wang et al., 2021). سیلاب ماهیتی پیچیده و چندمتغیره دارد و متأثر از مجموعه‌ای از مؤلفه‌های هیدرولوژیک وابسته به یکدیگر است. از آن‌جا که میان متغیرهایی مانند دبی و بارش وابستگی‌های آماری و فیزیکی وجود دارد، با استفاده از تحلیل‌های آماری تک‌متغیره که فرض استقلال میان متغیرها را دارند، نمی‌توان رفتار واقعی سیستم‌های هیدرولوژیک را به‌درستی بازنمایی کرد. از این رو، در مدیریت منابع آب و حوضه‌های آبخیز، اهمیت مطالعات هیدرولوژیک بر پایه شناخت فرآیندهای بارش-رواناب و درک روابط پیچیده میان مؤلفه‌های مؤثر بر شکل‌گیری سیلاب، بیش از پیش نمایان شده است (Sivapalan, 2018). در گذشته، تحلیل‌های آماری غالباً بر اساس توزیع‌های احتمال تک‌متغیره صورت می‌گرفتند که به دلیل عدم در نظر گرفتن وابستگی بین متغیرها، در مدل‌سازی دقیق پدیده‌های چند متغیره

*۱ دانش آموخته‌ی کارشناسی ارشد علوم و مهندسی آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی اصفهان. ایمیل:

muhammadreza.momeni@gmail.com

۲ دانشیار دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی اصفهان. ایمیل: reza.modarres@iut.ac.ir

۳ استاد دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه صنعتی اصفهان. ایمیل: ssoltani@iut.ac.ir



مانند سیلاب ناکارآمد بوده‌اند. این در حالی است که سیلاب به‌عنوان پدیده‌ای ذاتاً چندمتغیره، نیازمند نگاهی جامع‌تر و ابزارهایی دقیق‌تر برای تحلیل رفتارهای حدی و ارزیابی ریسک می‌باشد؛ چرا که استفاده از تحلیل فراوانی تک‌متغیره در مدیریت سیلاب، به‌ویژه در طراحی سازه‌های هیدرولیک، همواره با عدم قطعیت‌های قابل‌توجهی همراه است (Amini et al., 2022). در پاسخ به این چالش‌ها، تحلیل‌های آماری چندمتغیره و به‌ویژه استفاده از توابع مفصل^۱، به‌عنوان روشی نوین و منعطف در مدلسازی وابستگی‌های غیرخطی بین متغیرهای هیدرولوژیک، مورد توجه قرار گرفته‌اند. این توابع امکان ساخت توزیع‌های مشترک را با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای^۲ متفاوت و بدون نیاز به فرض استقلال میان متغیرها فراهم می‌کنند. یکی از مهم‌ترین کاربردهای این روش، محاسبه دوره‌های بازگشت توأم^۳ و دوره‌های بازگشت شرطی^۴ است که به برآورد هم‌زمان احتمال وقوع مقادیر حدی برای دو یا چند متغیر وابسته کمک می‌کند (Chebana and Ouarda, 2011). این نوع تحلیل‌ها نقش مهمی در طراحی دقیق‌تر سازه‌های کنترل سیلاب، ارزیابی واقع‌بینانه‌تر ریسک و تصمیم‌گیری مدیریتی در زمینه‌ی منابع آب ایفا می‌کنند.

مفهوم توابع مفصل از زمان معرفی توسط Sklar در سال ۱۹۵۹ به‌عنوان ابزاری کلیدی در مدل‌سازی وابستگی‌های چندمتغیره، به‌ویژه در حوزه‌های هیدرولوژی و هواشناسی شناخته شدند. تابع مفصل، توزیع توأمی از متغیرهای تصادفی همبسته است که به صورت تابعی از توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره بیان می‌گردد (Abdollahi Asadabadi et al., 2018). به عبارتی دیگر توابع مفصل، تابع توزیع چندمتغیره را به توابع توزیع یک بعدی حاشیه‌ای خود متصل می‌کنند (Nelsen, 2006). کاربرد مفصل‌ها در مدل‌سازی توزیع‌های مشترک مزایای قابل‌توجهی دارد. نخست، این رویکرد از انعطاف‌پذیری بالایی در انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی میان متغیرها برخوردار است. دوم، امکان گسترش آن به بیش از دو متغیر، موجب افزایش کارایی در مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده می‌شود. سوم، استفاده از مفصل‌ها اجازه‌ی تحلیل جداگانه‌ی توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی را فراهم می‌سازد؛ که این امر موجب بهبود دقت در تحلیل آماری می‌گردد (Salvadori and De Michele, 2007). در سال‌های اخیر، استفاده از توابع مفصل به‌عنوان ابزاری نوین و انعطاف‌پذیر در مدل‌سازی وابستگی‌های آماری میان متغیرهای هیدرولوژیک با استقبال چشم‌گیری مواجه شده است. این روش با حذف پیش‌فرض‌های سخت‌گیرانه مربوط به نوع توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختارهای وابستگی، زمینه‌ساز دقت بالاتر در تحلیل‌های چندمتغیره شده است. نخستین تلاش‌های بنیادی در تبیین چارچوب نظری کاربرد توابع مفصل در علوم هیدرولوژیکی را می‌توان به مطالعات (Salvadori and De Michele, 2004) نسبت داد. آنان با بهره‌گیری از نظریه مفصل‌ها، رویکردی منسجم برای تحلیل دوره‌های بازگشت شرطی و توأم رویدادهای هیدرولوژیک ارائه کردند و مفاهیم نوینی همچون رویدادهای اصلی، فرعی و بحرانی و نیز دوره بازگشت ثانویه را معرفی نمودند. در تکمیل این مطالعه، با توسعه مدل‌ها به حالت سه‌متغیره، استخراج منحنی‌های تراز توزیع‌های مشترک و تحلیل ساختار زمانی توالی بارندگی‌ها گامی مهم برداشتند. در ادامه این مسیر، مطالعاتی همچون (Favre et al., 2004) و (Zhang and Singh, 2006) کاربرد توابع مفصل را در مدل‌سازی وابستگی میان متغیرهای اوج، حجم و مدت سیلاب و نیز مشخصه‌های بارش نظیر شدت و عمق به‌کار گرفتند و نشان دادند که این رویکرد نسبت به مدل‌های پیشین، دقت بالاتری در برآورد توزیع‌های توأم و دوره‌های بازگشت شرطی فراهم می‌سازد. به‌طور خاص، استفاده از مفصل‌های خانواده ازشمیدسی، با انعطاف در تطبیق با داده‌های غیرنرمال و وابسته، در



اغلب مطالعات عملکرد برتری نشان داده است. از منظر روش‌شناسی، (Genest and Favre (2007) شیوه‌های رتبه‌ای در برآورد پارامترها، انتخاب مدل و آزمون برازندگی را معرفی کردند و زمینه را برای پیاده‌سازی دقیق‌تر مدل‌های مفصل در کاربردهای واقعی فراهم ساختند. همچنین، مطالعاتی مانند (Serinaldi (2009 و (Chen et al. (2012 دامنه کاربرد مفصل‌ها را به حوزه‌هایی نظیر تولید داده مصنوعی بارش، مدل‌سازی چهارم‌متغیره سیلاب و تحلیل هم‌زمانی وقوع سیل در شاخه‌ها و رودخانه‌های اصلی گسترش دادند. در سطحی دیگر نیز مطالعاتی چون (Sraj et al. (2015)، (Buliah and Yie (2020)، (Lacko et al. (2022) و (Collalti et al. (2024) به ارزیابی مدل‌های مختلف مفصل، انتخاب تابع مناسب، تحلیل طراحی هیتوگراف و هشدار زودهنگام سیلاب پرداخته‌اند که همگی مؤید نقش فزاینده توابع مفصل در تصمیم‌گیری‌های مهندسی و مدیریت ریسک هستند. در ایران نیز تحقیقات متعددی با تکیه بر داده‌های میدانی و شرایط هیدرولوژیکی بومی به‌کارگیری توابع مفصل را دنبال کرده‌اند. (Salari et al. (2015) با تحلیل سیلاب‌های رودخانه کارون نشان دادند که مفصل گامبل-هوگارد در برآورد دقیق توزیع توأم متغیرهای اوج، حجم و تداوم سیلاب عملکرد مناسبی دارد. (Bahremand et al. (2016) با رویکردی نظری، به تبیین جایگاه و مزایای استفاده از توابع مفصل در تحلیل‌های هیدرولوژیکی چندمتغیره پرداختند. همچنین، (Siamaki et al. (2022) به تحلیل دو متغیره بارندگی سالیانه و شدت بارش‌های کوتاه‌مدت در ایستگاه اصفهان پرداختند و بر اساس آزمون‌های برازندگی، مفصل گامبل-هوگارد را به‌عنوان بهترین تابع انتخاب کردند. در پژوهشی مشابه، (Moradzadeh Rahmatabadi et al. (2022) با تمرکز بر مشخصه‌های بارش مؤثر در بروز سیلاب در منطقه خانمیرزا، از ده تابع مفصل برای مدل‌سازی توزیع چندمتغیره استفاده کرده و نتایج حاصل را به منظور تخمین احتمال وقوع سیلاب به‌کار گرفتند. با وجود توسعه کاربرد توابع مفصل در تحلیل‌های هیدرولوژیکی، مرور مطالعات پیشین نشان می‌دهد که تمرکز عمده پژوهش‌ها بر مدل‌سازی چندمتغیره مشخصه‌های سیلاب نظیر اوج، حجم و مدت در مقیاس‌های زمانی کلان بوده است. در مقابل، تحلیل وابستگی توأم میان دبی اوج لحظه‌ای سالانه و بارش‌های حداکثری روزانه در بازه‌های زمانی کوتاه‌مدت کمتر مورد توجه قرار گرفته است. این در حالی است که وقوع سیلاب‌های ناگهانی در حوضه‌های آبخیز شهری اهمیت تحلیل دقیق رابطه بارش‌های کوتاه‌مدت و سیلاب را دوچندان می‌سازد. در این مطالعه، با تمرکز بر حوضه آبخیز کن به‌عنوان یکی از حوضه‌های سیل‌خیز کشور، تلاش شده است با استفاده از توابع مفصل، احتمال وقوع توأم دبی اوج لحظه‌ای سالانه (که از این پس در این پژوهش تحت عنوان سیلاب یاد می‌شود) و بارش حداکثری روزانه روز وقوع سیلاب در بازه‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته (به‌ترتیب روز وقوع سیلاب، یک روز قبل و دو روز قبل آن) محاسبه شود. بررسی این بازه‌های زمانی مشخص، ضمن پر کردن خلأ تحقیقاتی موجود، امکان ارائه برآورد دقیق‌تری از دوره‌های بازگشت توأم و شرطی جفت متغیرهای دبی اوج لحظه‌ای سالانه و بارش‌های حداکثری روزانه در سطح حوضه آبخیز کن را فراهم می‌آورد. بر این اساس، نتایج این پژوهش می‌تواند گامی مؤثر در جهت مدیریت هوشمندانه منابع آب، کاهش ریسک و مخاطرات سیل، و افزایش تاب‌آوری شهری محسوب شود.

محوریت‌های اصلی این تحقیق به شرح زیر است: نخست، تحلیل وابستگی آماری بین بارش‌های حداکثری روزانه در بازه‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته و دبی اوج لحظه‌ای سالانه در حوضه آبخیز کن؛ دوم، استفاده از توابع مفصل برای مدل‌سازی مشترک بارش و دبی و ارزیابی برازش مدل‌ها با بهره‌گیری از آزمون‌های آماری و معیارهای اطلاعاتی؛ سوم، محاسبه و مقایسه دوره‌های بازگشت توأم و شرطی



در چهار زیرحوضه اصلی (سولقان، زندان، کشار و کیگا) و بررسی تفاوت‌های محلی در پاسخ هیدرولوژیک آن‌ها؛ چهارم، تحلیل نقش طول مدت بارش در تشدید یا تعدیل شدت سیلاب و احتمال وقوع همزمان رخدادها؛ و پنجم، تبیین کاربردهای نتایج در مدیریت ریسک سیلاب و تصمیم‌گیری‌های پیشگیرانه در سطح حوضه.

نوآوری پژوهش حاضر در چند بعد قابل توجه است: نخست، تمرکز بر حوضه آبخیز کن به عنوان یکی از مناطق سیل‌خیز کشور که تاکنون تحلیل‌های چندمتغیره وابستگی بارش-دبی با چارچوب توابع مفصل در آن انجام نشده است؛ دوم، استفاده همزمان از دوره‌های بازگشت توأم و شرطی برای ارزیابی ریسک سیلاب و مقایسه پاسخ زیرحوضه‌های مختلف، که امکان شناخت تفاوت‌های محلی را فراهم می‌سازد؛ و سوم، بهره‌گیری از داده‌های بارش حداکثری روزانه در بازه‌های زمانی متفاوت (۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته) و تحلیل حساسیت نتایج که دیدگاه تازه‌ای در خصوص نقش مدت بارش در تولید رواناب و شدت سیلاب ارائه می‌دهد. چنین رویکردی می‌تواند مبنای تصمیم‌گیری دقیق‌تر در مدیریت سیلاب و برنامه‌ریزی اقدامات پیشگیرانه باشد.

۲- مواد و روش‌ها

۲-۱ منطقه مورد مطالعه

حوضه آبخیز کن در نواحی کوهستانی البرز مرکزی و در شمال غرب استان تهران واقع شده است. این حوضه بین طول‌های جغرافیایی $51^{\circ} 10'$ تا $51^{\circ} 23'$ شرقی و عرض‌های جغرافیایی $35^{\circ} 46'$ تا $35^{\circ} 58'$ شمالی قرار دارد. از شرق به حوضه آبخیز حصارک، از شمال و شمال شرقی به حوضه آبخیز جاجرود، از شمال و شمال غربی به حوضه آبخیز سد کرج و از غرب به حوضه آبخیز وردیج محدود می‌شود. مساحت این منطقه در حدود ۲۰۷ کیلومتر مربع است و به ده زیرحوضه تقسیم شده که در شکل ۱ نشان داده شده‌اند (Hooshyaripor et al., 2016). میانگین بارندگی سالانه در این حوضه بر اساس داده‌های ایستگاه سولقان برابر با ۶۴۰ میلی‌متر و متوسط دبی سالانه معادل ۲۳/۷۸ متر مکعب بر ثانیه گزارش شده است. مهم‌ترین آبراهه‌ی حوضه، رودخانه کن است که از ارتفاعات مشرف به امامزاده داوود سرچشمه گرفته و تا خروجی حوضه، که مناطق مسکونی را دربرمی‌گیرد، ادامه می‌یابد (Ghanvati et al., 2020). این رودخانه با طولی حدود ۳۳ کیلومتر، از رشته‌کوه توچال در جنوب البرز سرچشمه می‌گیرد و وارد حوضه آبخیز کن می‌شود. برآوردها نشان می‌دهد که دبی متوسط این رودخانه در بازه زمانی ۳۰ ساله (۱۳۷۱-۱۳۹۱) برابر با ۴۴/۲ متر مکعب بر ثانیه بوده است (Hajimohammadi et al., 2018). بنابراین، رودخانه کن را می‌توان یکی از پرآب‌ترین رودخانه‌های عبوری در استان تهران دانست. در دهه‌های اخیر، به دلیل گسترش شهر تهران و توسعه فیزیکی در بستر و حریم رودخانه کن، حساسیت منطقه نسبت به وقوع سیلاب افزایش یافته‌است. حوادث سیلابی تیر ۱۳۹۴ و مرداد ۱۴۰۱، به‌ویژه در زیرحوضه‌های سنگان، کشار و امامزاده داوود، خسارت‌های سنگینی به زیرساخت‌ها، منازل و حتی جان شهروندان وارد آورد. بررسی‌های میدانی نشان داده‌است که عوامل انسانی نظیر تجاوز به حریم رودخانه، ایجاد سازه‌های غیرمجاز، انسداد آبراهه‌ها و عدم لایروبی مناسب، از مهم‌ترین دلایل تشدید اثرات سیل در این منطقه بوده‌است (Hosseiniipoor et al., 2024; Lak et al., 2024; Rostami et al., 2023). در این پژوهش، از داده‌های هواشناسی و هیدرومتری

مربوط به منطقه‌ی مورد مطالعه استفاده شده است. داده‌های بارش روزانه ایستگاه‌های کشار، رندان، سنگان، سولقان، کیگا و امامزاده داوود طی دوره آماری ۱۳۷۸ تا ۱۴۰۱ از سازمان هواشناسی کشور دریافت شد. همچنین، داده‌های مربوط به دبی روزانه و دبی اوج لحظه‌ای سالانه ایستگاه‌های هیدرومتری سولقان، رندان، کشار و کیگا طی دوره آماری ۱۳۷۸ تا ۱۴۰۱ از شرکت سهامی آب منطقه‌ای تهران اخذ شد. موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌های نام‌برده و تقسیمات زیرحوضه‌ای حوضه‌ی آبخیز کن را می‌توان در شکل ۱ مشاهده نمود. بررسی‌های انجام‌شده در حوضه‌ی آبخیز کن نشان می‌دهد که در میان چهار ایستگاه هیدرومتری مذکور، تنها ایستگاه سولقان دارای طول دوره آماری مناسب و پیوسته بوده و سایر ایستگاه‌ها، شامل رندان، کشار و کیگا، به‌تازگی احداث شده‌اند و داده‌های پیوسته و بلندمدت از آن‌ها در دسترس نمی‌باشد (Mohammadi and Ahmadi, 2011).

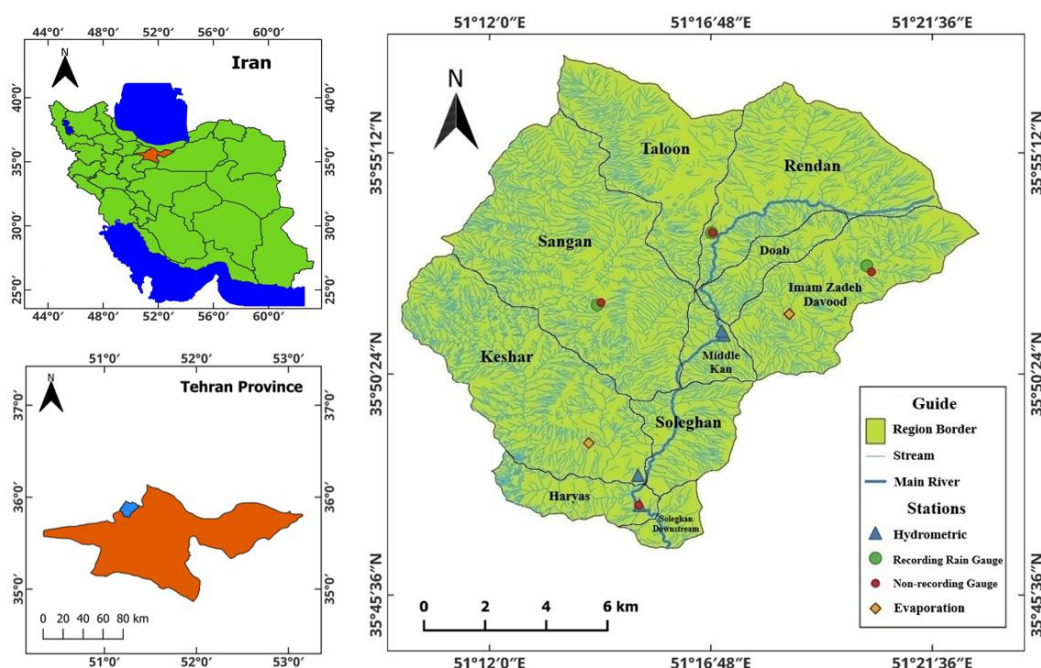


Figure 1- Geographical location of the Kan watershed with sub-basins and stations

شکل ۱- موقعیت جغرافیایی حوضه‌ی آبخیز کن به همراه زیرحوضه‌ها و ایستگاه‌ها

۲-۲ روش کار

۱-۲-۲ همبستگی جفت‌متغیرها

نخستین گام در این مطالعه، بررسی وابستگی بین جفت متغیرهای دبی اوج لحظه‌ای سالانه (سیلاب) و میانگین بارش ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته روز سیلاب است که به کمک آزمون همبستگی کندال^۵ و آزمون همبستگی اسپیرمن^۶ محاسبه می‌شود. این آزمون‌ها برای تحلیل داده‌هایی که توزیع نرمال ندارند یا مقیاس رتبه‌ای دارند، مناسب هستند (Keihani et al., 2021). آزمون همبستگی کندال میزان هماهنگی بین تغییرات دو متغیر را بر اساس تعداد زوج‌های موافق و مخالف می‌سنجد و ضریب همبستگی (τ) آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau = \frac{C-D}{n-(n-1)}, -1 < \tau < 1 \quad (1)$$

که در آن C و D به ترتیب بیانگر تعداد زوج‌های موافق و مخالف، و n تعداد مشاهده‌ها است.

آزمون همبستگی اسپیرمن نیز با مقایسه رتبه‌های متناظر بین دو متغیر، یکنواختی تغییرات آن‌ها را بررسی می‌کند و ضریب همبستگی (ρ) آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}, -1 < \rho < 1 \quad (2)$$

در این معادله، d_i اختلاف بین رتبه‌های هر مشاهده و n تعداد کل داده‌ها است. در هر دو آزمون، مقادیر 1 و -1 به ترتیب نشان‌دهنده همبستگی مثبت و منفی کامل و مقدار صفر بیانگر عدم وجود همبستگی می‌باشد. برای درک بهتر مراحل انجام پژوهش و ترتیب گام‌های روش کار، فلوجارت مراحل در شکل ۲ ارائه شده است.

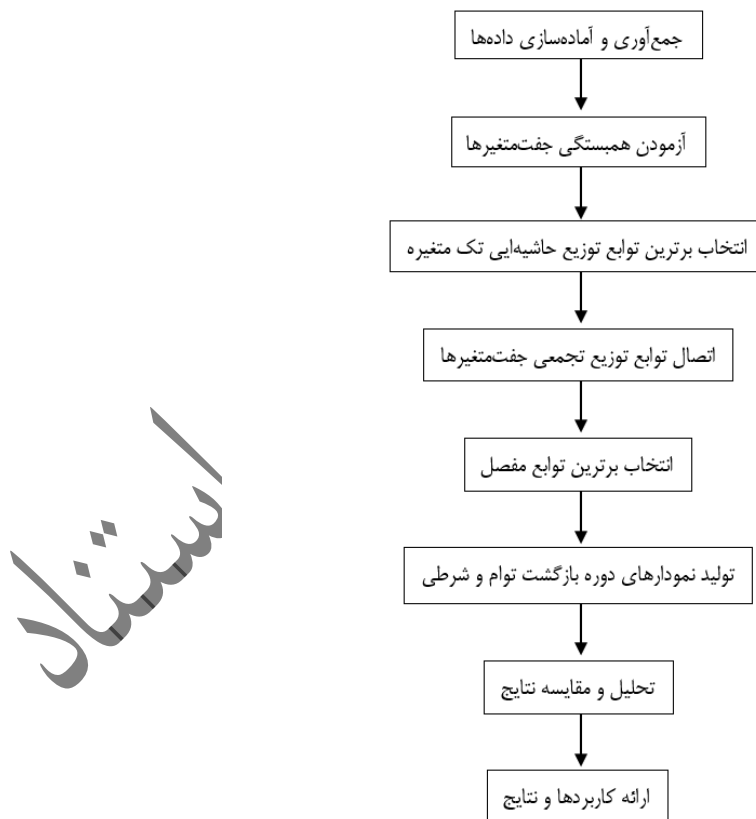


Figure 2- Main stages of the research methodology

شکل ۲- مراحل اصلی روش‌شناسی پژوهش

۲-۲-۲ نکویی برازش توابع توزیع حاشیه‌ایی

در گام بعد، به شناسایی توابع توزیع حاشیه‌ای حاکم بر هر کدام از متغیرهای مورد بررسی پرداخته می‌شود. در این مرحله، برای برازش و انتخاب بهترین تابع توزیع تک‌متغیره برای متغیرهای دبی اوج لحظه‌ای سالانه و میانگین بارش روز وقوع سیلاب در بازه‌های ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته، از توزیع‌های لجستیک تعمیم‌یافته^۷ (GLO)، پارتوی تعمیم‌یافته^۸ (GPA)، مقادیر حدی تعمیم‌یافته^۹ (GEV)، پیرسون نوع سوم^{۱۰} (PE3) و لگ‌نرمال سه‌پارامتری^{۱۱} (LN3) استفاده شد. به منظور ارزیابی نکویی برازش هر یک از این توزیع‌ها، از آزمون کرامر فون مایزس^{۱۲} استفاده گردید. این آزمون فاصله بین تابع توزیع تجربی و نظری را سنجیده و نسبت به انحرافات در بخش‌های میانی و انتهایی توزیع حساسیت دارد (Tosunoglu et al., 2020). در این آزمون، مقدار P-Value نقش تعیین‌کننده‌ای در قضاوت نهایی دارد؛ به‌گونه‌ای که اگر مقدار آن بیش از ۰/۰۵ باشد، می‌توان نتیجه گرفت تفاوت معناداری بین داده‌های تجربی و مدل نظری وجود ندارد و در نتیجه، مدل مورد نظر از برازش مناسبی برخوردار است.

۳-۲-۲ توابع مفصل

بر اساس قضیه Sklar که بنیان نظری استفاده از توابع مفصل را در مدل‌سازی توزیع‌های چندمتغیره فراهم می‌سازد، هر تابع توزیع مشترک را می‌توان به صورت ترکیبی از توابع توزیع حاشیه‌ای تک‌متغیره و یک تابع مفصل بیان کرد. اگر $F_{X_i}(x_i)$ توابع توزیع تجمعی حاشیه‌ای متغیرهای تصادفی X_i باشند (برای $i = 1, 2, 3, \dots, n$)، آن‌گاه تابع توزیع مشترک $H(x_1, x_2, \dots, x_n)$ به صورت زیر تعریف می‌شود (Chen and Guo, 2019):

$$C_{\theta}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)) = H_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3)$$

در این رابطه، C تابع مفصلی است که در صورت پیوسته بودن توزیع‌های حاشیه‌ای، به‌طور منحصر به فرد تعیین می‌شود و ساختار وابستگی میان متغیرها را توصیف می‌نماید. همچنین، θ پارامتر تابع مفصل است که شدت و نوع وابستگی میان متغیرها را مشخص می‌سازد. در این پژوهش، با توجه به مطالعات پیشین، به‌منظور مدل‌سازی جفت متغیرهای دبی اوج سالانه و میانگین بارش روزانه روز وقوع سیلاب در بازه‌های ۲۴ الی ۷۲ ساعته از سه تابع مفصل از خانواده ارشمیدسی (فرانک، گامبل و کلایتون) و یک تابع مفصل غیرارشمیدسی (پلاکت) استفاده شده است. هر یک از این توابع مفصل دارای فرضیات خاصی در توصیف ساختار وابستگی هستند؛ مفصل فرانک برای وابستگی‌های متقارن در کل دامنه مناسب است، مفصل گامبل برای شرایطی با شدت وابستگی بیشتر به کار می‌رود، مفصل کلایتون در مدل‌سازی روابطی با ساختار وابستگی قوی‌تر کاربرد دارد، و مفصل پلاکت امکان توصیف وابستگی‌های متوسط و متقارن را فراهم می‌سازد. انتخاب این مجموعه متنوع از توابع، امکان بررسی طیف گسترده‌ای از ساختارهای وابستگی بالقوه میان بارش و دبی را فراهم کرده است. در جدول (۱) تابع احتمال تجمعی و دامنه θ هر کدام یک از توابع مفصل به کار رفته در این پژوهش آورده شده است.

Table 1- CDF and Parameter Range of the Selected Copulas

جدول ۱- توابع توزیع تجمعی و محدوده‌ی پارامتر توابع مفصل منتخب

Copula	$C_{\theta}(u, v)$	θ
--------	--------------------	----------



Frank	$\frac{1}{\theta} \log \left(1 + \frac{(e^{\theta u} - 1)(e^{\theta v} - 1)}{e^{\theta} - 1} \right)$	$(-\infty, \infty) \setminus \{0\}$
Gumbel	$\exp \left\{ -[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$[1, \infty)$
Clayton	$(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$	$[-1, \infty) \setminus \{0\}$
Plakett	$\frac{1}{2(\theta - 1)} \left[1 + (\theta - 1)(u + v) - \sqrt{1 + (\theta - 1)(u + v)^2 - 4\theta(\theta - 1)uv} \right]$	$[0, \infty)$

۲-۲-۴ نکویی برازش توابع مفصل

برای تعیین بهترین تابع مفصل برای هر کدام یک از جفت متغیرهای مورد مطالعه، نیاز به آزمون نکویی برازش توابع مفصل داریم. در این گام نیز مجدداً از روش کرامر فون ملیزس استفاده شده است و برای تحکیم گزینش تابع مفصل برتر از معیار اطلاعاتی آکائیکه^{۱۳} (AIC) و معیار اطلاعاتی بیزی^{۱۴} (BIC) استفاده شده است. با استفاده از AIC و BIC دقت برازش و پیچیدگی مدل مورد بررسی قرار میگیرد و از بیش برازش کردن جلوگیری می شود؛ به طوری که مقدار کمتر در هر یک از آنها بیانگر تابع مناسب تر است. مقادیر معیارهای AIC و BIC بر اساس روابط زیر تعریف می شود (Tosunoglu et al., 2020):

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (۴)$$

$$BIC = \ln(n) k - 2 \ln(L) \quad (۵)$$

که در این روابط k (تعداد پارامترهای برآورد شده در مدل)، n (تعداد داده ها) و L (تابع درست نمایی مدل) هستند.

پس از انتخاب برترین توابع توزیع های حاشیه ای، تابع توزیع تجمعی^{۱۵} هر کدام از متغیرها استخراج می شود. سپس، با اتصال تابع توزیع تجمعی هر کدام از متغیرهای یک جفت متغیر به یکدیگر، تابع توزیع تجمعی مشترک جفت متغیر مورد بررسی به دست می آید. با در اختیار داشتن توابع توزیع تجمعی مشترک جفت متغیرها، توابع مفصل مشخص شده در جدول ۱ بر آنها برازش داده شد.

۲-۲-۵ دوره بازگشت توأم و شرطی

در این پژوهش، پس از شناسایی بهترین تابع مفصل برای جفت متغیرهای دبی اوج لحظه ایی سالانه و میانگین بارش ۲۴ و ۴۸ و ۷۲ ساعته روز سیلاب، از سناریوی AND برای محاسبه دوره بازگشت توأم استفاده شد. در این سناریو، تنها زمانی وقوع سیلاب در نظر گرفته می شود که هر دو متغیر دبی و بارش به طور هم زمان از آستانه بحرانی عبور کنند. این رویکرد، درک بهتری از هم زمانی و شدت مخاطرات فراهم کرده و کاربرد مؤثری در طراحی سامانه های هشدار و مدیریت ریسک سیلاب دارد. انتخاب سناریوی AND در این پژوهش، به معنای فرض وابستگی کامل میان بارش و سیلاب نیست، بلکه چارچوبی برای تحلیل رخدادهایی است که در آن دو متغیر اصلی، هم زمان در وضعیت بحرانی قرار دارند و بیشترین پتانسیل خطر را ایجاد می کنند. در مقابل، سناریوی OR، که وقوع یکی از دو متغیر را



به‌تنهایی کافی می‌داند، از نظر فیزیکی با هدف مطالعه‌ی وابستگی بین بارش و سیلاب سازگار نیست؛ زیرا در این حالت، رویدادهایی نیز به‌عنوان سیلاب در نظر گرفته می‌شوند که تنها یکی از مؤلفه‌ها (بارش یا دبی) از آستانه عبور کرده است و این امر موجب تضعیف ارتباط واقعی بین دو متغیر می‌شود. رابطه مورد استفاده برای سناریوی AND به صورت زیر به دست می‌آید (Shiau, 2006):

$$T_{QP} = \frac{E(I)}{F_Q(q) - F_P(p) + C(F_Q(q), F_P(p)) - 1} \quad (6)$$

در این رابطه، T_{QP} دوره بازگشت توأم، $E(I)$ طول دوره مشاهده‌ها، $F_Q(q)$ و $F_P(p)$ به ترتیب توزیع تجمعی دبی اوج و بارش در آستانه‌های مربوطه و $C(F_Q(q), F_P(p))$ تابع مفصل برای نمایش وابستگی بین متغیرها هستند. دوره بازگشت شرطی مدت زمان میانگین بین وقوع رویدادهای شدید یک متغیر است، با فرض اینکه متغیر دیگر از یک آستانه مشخص عبور کرده باشد. این مفهوم برای تحلیل دقیق‌تر پدیده‌های نادر در شرایط وابستگی بین متغیرها به کار می‌رود و در ارزیابی ریسک‌های مشترک، به‌ویژه در هیدرولوژی و مدیریت منابع آب، اهمیت دارد. در این مطالعه، میانگین بارش روز سیلاب به‌عنوان متغیر شرط و دبی اوج سالانه به‌عنوان متغیر مشروط در نظر گرفته شده است. رابطه مورد استفاده برای حالت شرطی دوره بازگشت به صورت زیر تعریف می‌شود (Shiau, 2006):

$$T_{Q|P \geq p} = \frac{E(I)}{[1 - F_Q(q) - F_P(p) + C(F_Q(q), F_P(p))] (F_P(p) - 1)} \quad (7)$$

در این رابطه، $T_{Q|P \geq p}$ دوره بازگشت شرطی دبی اوج است، با فرض آن که بارش از آستانه p عبور کرده باشد. $E(I)$ طول دوره مشاهده‌ها، $F_Q(q)$ و $F_P(p)$ به ترتیب توزیع تجمعی دبی اوج و بارش در آستانه‌های مربوطه و $C(F_Q(q), F_P(p))$ تابع مفصل برای نمایش وابستگی بین متغیرها هستند.

۳- تحلیل نتایج

نتایج آزمون‌های وابستگی بین دبی اوج سالانه (که به اختصار AP نامیده می‌شود و همراه با زیرنویسی که زیرحوضه مورد بررسی است، نشان داده می‌شود) و میانگین بارش‌های ۲۴ و ۴۸ و ۷۲ ساعته روز وقوع سیلاب (به ترتیب \bar{P}_{24} و \bar{P}_{48} و \bar{P}_{72}) در قالب ماتریس‌های مقادیر احتمال در جدول ۲ ارائه شده است. بر اساس نتایج به‌دست آمده، مشخص می‌شود که در زیرحوضه‌ی کشاور، در هر سه بازه زمانی، همبستگی معناداری در سطح اطمینان ۰/۰۵ تا ۰/۰۱ درصد بین بارش و دبی اوج وجود دارد، به‌ویژه در بازه‌های زمانی طولانی‌تر (۰/۰۱). همچنین، در زیرحوضه‌ی کیگا نیز همبستگی معناداری در سطح ۰/۰۵ مشاهده می‌شود. با این حال، در زیرحوضه‌های رندان و سولقان عملاً همبستگی آماری وجود ندارد. نتایج این آزمون‌ها نقش مهمی در تعیین مناسب بودن چارچوب توابع مفصل دارند، زیرا وجود وابستگی آماری بین بارش و دبی اوج پیش شرط اساسی برای مدل‌سازی مشترک آن‌ها محسوب می‌شود. در واقع، فرض اصلی این پژوهش بر آن است که میان بارش‌های حداکثری روزانه و دبی اوج لحظه‌ای سالانه ارتباطی آماری برقرار است. در زیرحوضه‌هایی که این وابستگی معنادار بوده، می‌توان انتظار داشت توابع مفصل رفتار هم‌زمانی متغیرها را به‌خوبی بازنمایی کنند. با این حال، در زیرحوضه‌هایی که

همبستگی آماری ضعیف تر مشاهده شد، نتایج همچنان از اهمیت برخوردارند، زیرا امکان بررسی میزان انعطاف پذیری و کارایی توابع مفصل را در شرایط وابستگی ضعیف یا غیرخطی فراهم می کنند.

Table 1- P-values of the correlation tests for the paired variables

جدول ۲- مقادیر احتمال آزمون های همبستگی جفت متغیرها

	Spearman			Kendall			
	\bar{P}_{24}	\bar{P}_{48}	\bar{P}_{72}	\bar{P}_{24}	\bar{P}_{48}	\bar{P}_{72}	
$AP_{Soleghan}$	0.801	0.669	0.284	$AP_{Soleghan}$	0.698	0.788	0.294
AP_{Rendan}	0.442	0.438	0.693	AP_{Rendan}	0.427	0.552	0.803
AP_{Keshar}	0.028*	0.001**	0.001**	AP_{Keshar}	0.020*	0.005*	0.003*
AP_{Kiga}	0.003*	0.958	0.848	AP_{Kiga}	0.008*	1	0.955

Significant at the 0.05 level: *, Significant at the 0.01 level: **

سپس، به برازش و انتخاب بهترین تابع توزیع حاشیه ای تک متغیره برای متغیرهای دبی اوج سالانه و میانگین بارش در بازه های ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته روز وقوع سیلاب پرداخته شد. برای نکوبی برازش هر کدام از این متغیرها از توزیع لجستیک تعمیم یافته (GLO)، توزیع پارتوی تعمیم یافته (GPA)، توزیع مقادیر حدی تعمیم یافته (GEV)، توزیع پیرسون نوع سوم (PE3) و توزیع لگ نرمال ۳ پارامتری (LN3) استفاده شده است. نتایج حاصل از آزمون کرامر فون مایزس برای هر کدام از متغیرهای مورد بررسی به تفکیک زیرحوضه در منطقه مورد مطالعه و بر اساس توزیع های منتخب در جدول ۳ آورده شده است.

بر اساس نتایج این آزمون، در زیرحوضه ی سولقان توزیع لجستیک تعمیم یافته در تمامی متغیرها (اعم از دبی اوج و میانگین بارش در بازه های ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته) بهترین برازش را نشان داده است. در زیرحوضه ی رندان الگوی یکنواختی مشاهده نمی شود و توزیع های مقادیر حدی تعمیم یافته، پیرسون نوع سوم و پارتوی تعمیم یافته به تناسب متغیرهای مختلف عملکرد بهتری داشته اند. در زیرحوضه ی کشار توزیع های پیرسون نوع سوم و پارتوی تعمیم یافته به عنوان مناسب ترین گزینه ها شناسایی شده اند، در حالی که در زیرحوضه ی کیگا ترکیبی از توزیع های پیرسون نوع سوم و لجستیک تعمیم یافته بهترین تطابق را با داده های تجربی نشان داده اند.

Table 2- Goodness-of-fit results of the marginal distribution functions for the variables

جدول ۳- نتایج نکوبی برازش توابع توزیع حاشیه ای متغیرها

Sub Basin	Variable	Dist.	P-value
Soleghan	AQ _{PEAK}	GLO	0.99
	\bar{P}_{24}	GLO	0.88
	\bar{P}_{48}	GLO	0.82
	\bar{P}_{72}	GLO	0.97
Rendan	AQ _{PEAK}	PE3	0.95
	\bar{P}_{24}	GEV	0.98



	\bar{P}_{48}	GPA	0.99
	\bar{P}_{72}	PE3	0.40
Keshar	AQ _{PEAK}	PE3	0.70
	\bar{P}_{24}	GPA	0.99
	\bar{P}_{48}	PE3	0.90
	\bar{P}_{72}	GPA	0.97
Kiga	AQ _{PEAK}	PE3	0.98
	\bar{P}_{24}	PE3	0.99
	\bar{P}_{48}	GLO	0.98
	\bar{P}_{72}	GLO	0.92

نتایج حاصل از برازش توابع مفصل منتخب بر جفت متغیرهای مورد مطالعه در جدول ۴ آورده شده است. همان گونه که مشاهده می شود، در زیرحوضه‌ی سولقان تابع پلاکت، در زیرحوضه‌ی رندان توابع کلایتون و فرانک، در زیرحوضه‌ی کشار توابع فرانک، کلایتون و گامبل، و در زیرحوضه‌ی کیگا توابع فرانک و گامبل بهترین برازش را نشان داده‌اند. انتخاب این توابع بر اساس مقادیر آماره‌های AIC، BIC و شاخص S_n انجام شده است؛ که در این میان، S_n آماره‌ی آزمون کرامر فون مایزس بوده و میزان انطباق تابع مفصل با داده‌های تجربی را نشان می‌دهد (مقادیر کمتر بیانگر برازش بهتر هستند).

Table 3- The characteristics of the selected copula functions fitted to the paired variables

جدول ۴- مشخصه‌های توابع مفصل منتخب برازش یافته بر جفت متغیرها

Variable Pair	Copula	S_n	θ_n	P-value	AIC	BIC
AP _{Soleghan} - \bar{P}_{24}	Plackett	0.05	1.29	0.23	1.95	2.99
AP _{Soleghan} - \bar{P}_{48}	Plackett	0.02	1.55	0.96	1.81	2.85
AP _{Soleghan} - \bar{P}_{72}	Plackett	0.02	2.61	0.95	0.37	1.41
AP _{Rendan} - \bar{P}_{24}	Clayton	0.04	-0.26	0.59	1.40	2.11
AP _{Rendan} - \bar{P}_{48}	Frank	0.04	1.41	0.73	1.10	1.81
AP _{Rendan} - \bar{P}_{72}	Frank	0.05	0.73	0.58	0.88	1.59
AP _{Keshar} - \bar{P}_{24}	Frank	0.06	4.65	0.14	-1.46	-0.82
AP _{Keshar} - \bar{P}_{48}	Clayton	0.04	2.71	0.46	-6.30	-5.66
AP _{Keshar} - \bar{P}_{72}	Gumbel	0.03	2.73	0.67	-7.22	-6.58
AP _{Kiga} - \bar{P}_{24}	Frank	0.02	4.58	0.92	-6.63	-5.54
AP _{Kiga} - \bar{P}_{48}	Gumbel	0.03	1.04	0.55	1.69	2.79
AP _{Kiga} - \bar{P}_{72}	Gumbel	0.02	1.06	0.74	1.52	2.61



حال با در اختیار داشتن توابع مفصل منتخب برازش یافته بر هر جفت‌متغیر، به تحلیل دوره‌های بازگشت توأم و شرطی جفت‌متغیرها پرداخته می‌شود. شکل ۲، رابطه‌ی میان دبی اوج لحظه‌ای سالانه (سیلاب) و میانگین بارش حداکثری روز وقوع سیلاب در بازه‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته را در چهار زیرحوضه‌ی سولقان، رندان، کشار و کیگا نمایش می‌دهد. خطوط هم‌ارز ترسیم‌شده نشان‌دهنده‌ی مقادیر مختلف دوره بازگشت توأم سیلاب و بارش حداکثری روز سیلاب هستند و پراکنش نقاط نمایانگر رخدادهای ثبت‌شده سیلابی است. با توجه به شکل ۳، در زیرحوضه‌های سولقان و رندان، اگرچه داده‌ها در بازه‌ی ۲۴ ساعته پراکندگی زیادی دارند و همبستگی آماری میان بارش و دبی نسبتاً ضعیف است، اما با افزایش بازه زمانی به ۴۸ و ۷۲ ساعت، روند افزایشی دبی اوج در پاسخ به بارش شفاف‌تر می‌شود. در این دو زیرحوضه، بارش‌های کمتر از ۲۰ میلی‌متر تأثیر چندانی بر دبی ندارند، اما در مقادیر بالاتر و بازه‌های زمانی ۴۸ و ۷۲ ساعته، رابطه مشخص‌تری میان متغیرها برقرار می‌شود. توانایی مدل‌سازی و انعطاف توابع مفصل در این دو زیرحوضه علیرغم عدم معناداری جفت‌متغیرها در تحلیل دوره بازگشت توأم به وضوح مشاهده می‌شود.

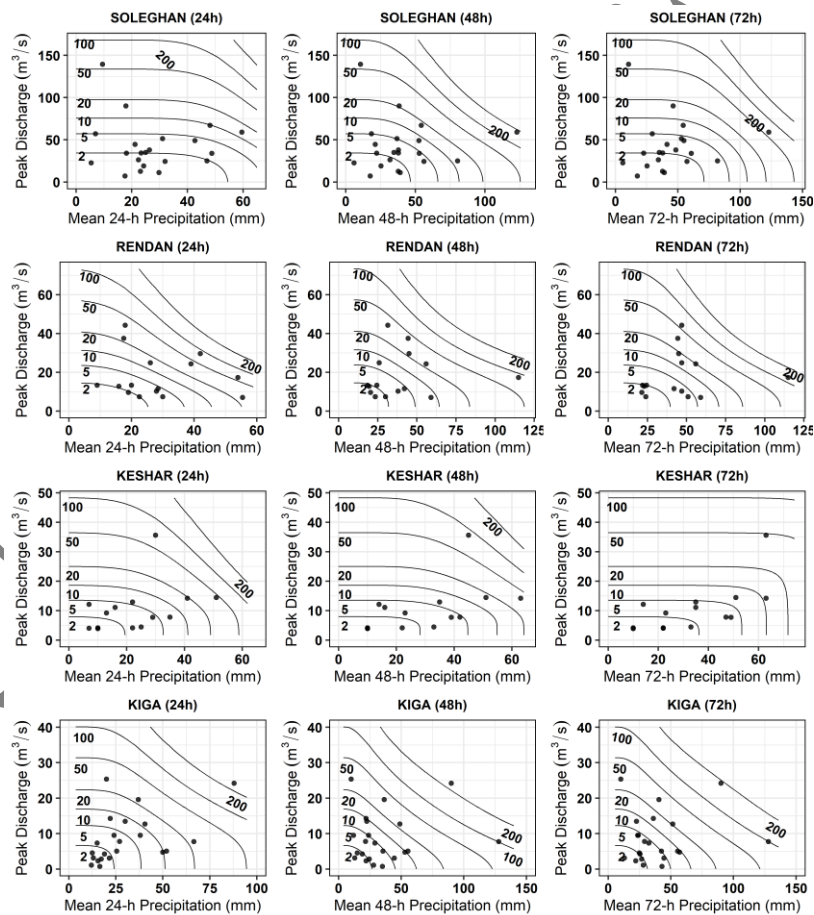


Figure 3- Joint return period plots of the paired variables

شکل ۳- نمودارهای دوره بازگشت مشترک جفت متغیرها



در زیرحوضه کشاور، افزایش بارش در بازه‌های زمانی مختلف با رشد تدریجی دبی اوج همراه است. در بازه‌ی ۲۴ ساعته، بارش‌های کمتر از ۲۰ میلی‌متر منجر به دبی‌هایی با دامنه‌ی محدود (۵ تا ۱۳ مترمکعب بر ثانیه) و دوره‌های بازگشت کوتاه می‌شوند. اگرچه با افزایش بارش تا حدود ۴۰ میلی‌متر، دوره بازگشت توأم افزایش می‌یابد، اما دبی اوج تغییر چشمگیری ندارد. این رفتار می‌تواند به ویژگی‌هایی نظیر نفوذپذیری بالا، پوشش گیاهی مناسب یا وجود منابع آب سطحی مرتبط باشد که از تولید رواناب زیاد جلوگیری می‌کنند. با این حال، ثبت رخدادهایی با دبی بالا در بارش نسبتاً متوسط (مانند دبی ۳۵ مترمکعب بر ثانیه در بارش ۳۰ میلی‌متر) حاکی از وجود شرایط خاص موثر بر پاسخ حوضه است. در بازه‌های ۴۸ و ۷۲ ساعته، رابطه‌ی میان بارش و دبی اوج منظم‌تر می‌شود و افزایش بارش، با وجود محدود بودن دامنه‌ی تغییرات دبی (کمتر از ۱۵ مترمکعب بر ثانیه)، الگوی همبستگی قوی‌تری ایجاد می‌کند. این رفتار نشان می‌دهد که واکنش هیدرولوژیک حوضه در برابر بارش‌های ممتد، نه به‌صورت افزایش ناگهانی دبی، بلکه در قالب پایداری و استمرار رواناب بروز می‌یابد؛ موضوعی که می‌تواند ناشی از ظرفیت ذخیره‌سازی بالای حوضه، ویژگی‌های زمین‌شناسی یا نقش تعدیل‌کننده‌ی پوشش گیاهی باشد. در نهایت، زیرحوضه‌ی کیگا نیز روندی مشابه نشان می‌دهد، اما در مقایسه با سایر زیرحوضه‌ها، دامنه‌ی سیلاب آن محدودتر است. در بازه‌های زمانی بلندمدت‌تر (به‌ویژه ۷۲ ساعته)، گرچه افزایش رواناب در نتیجه‌ی تداوم بارش امری طبیعی است، اما شدت واکنش در کیگا کمتر از سایر زیرحوضه‌ها بوده و تغییرات دبی در مقایسه با رشد بارش، به‌صورت تدریجی‌تر رخ می‌دهد. این ویژگی می‌تواند بازتابی از رفتار تنظیمی سیستم هیدرولوژیکی حوضه و ظرفیت بالای نفوذپذیری آن باشد. با این حال، یک رخداد خاص در این زیرحوضه، یعنی سیل مردادماه ۱۴۰۱ در محدوده امامزاده داوود، از این الگو تبعیت نمی‌کند. در این مورد، دبی اوجی بالا تنها با بارشی نسبتاً کم (۲۰ میلی‌متر در ۲۴ ساعت و حتی کمتر در بازه‌های بلندتر) به ثبت رسیده است (Hosseinipoor et al., 2024). این انحراف از الگوی کلی می‌تواند حاکی از اثرگذاری عوامل غیرهیدرولوژیک نظیر شرایط توپوگرافی، مداخله‌های انسانی یا تغییرات کاربری زمین باشد. افزون بر این، بررسی‌های اقلیمی نشان می‌دهد که بارش مردادماه ۱۴۰۱ ناشی از نفوذ یک جبهه موسمی از هند بوده است؛ پدیده‌ای که تا کنون در این منطقه سابقه نداشته است و همین ویژگی غیرمعمول می‌تواند توضیح‌دهنده رفتار متفاوت این رخداد نسبت به سایر بارش‌ها باشد (Lak et al., 2024).

شکل ۴ نیز روند تغییرات دوره بازگشت شرطی سیلاب را نسبت به دبی اوج لحظه‌ای سالانه برای چهار زیرحوضه اصلی (سولقان، زندان، کشاور و کیگا) در سه بازه زمانی بارش (۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته) نمایش می‌دهد. نمودارهای دوره بازگشت شرطی در شکل ۳ نشان می‌دهند که زیرحوضه‌های سولقان و زندان در مواجهه با افزایش بارش، رفتار پیچیده‌تری از خود نشان می‌دهند.

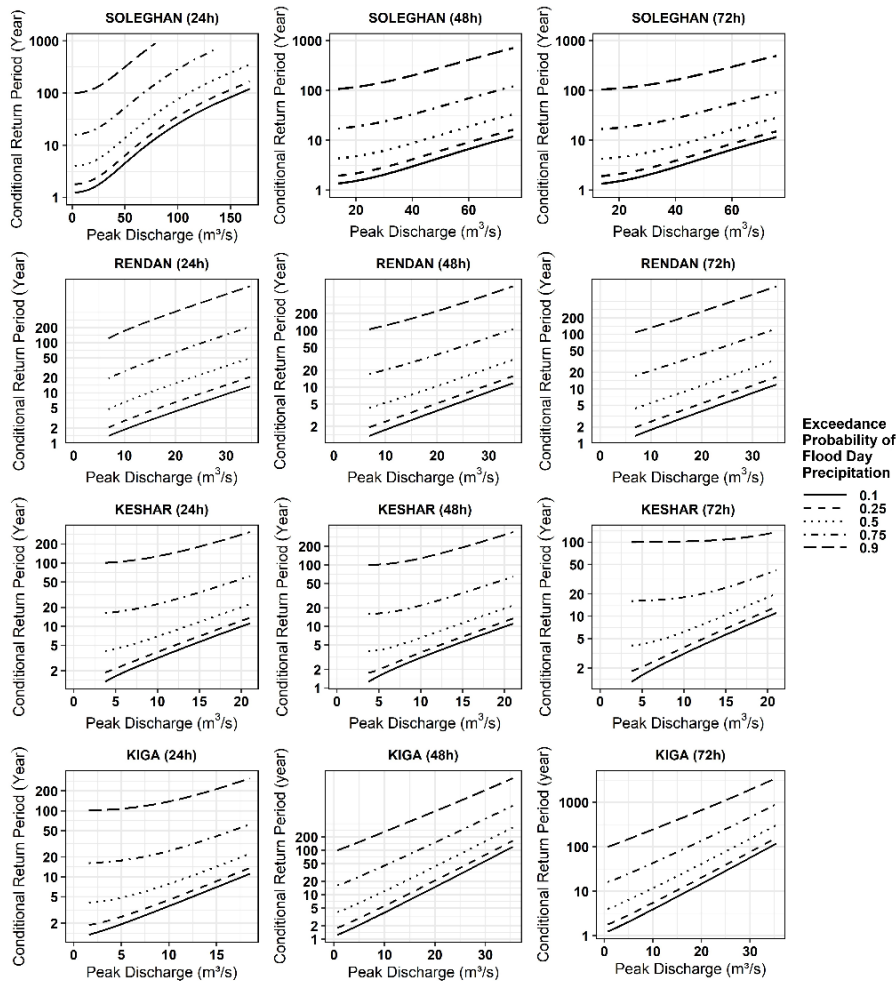


Figure 4- Conditional return period plots of the paired variables

شکل ۴- نمودارهای دوره بازگشت شرطی جفت متغیرها

در این حوضه‌ها با افزایش بازه زمانی بارش از ۲۴ به ۴۸ و ۷۲ ساعت، منحنی‌ها به‌طور قابل توجهی به سمت مقادیر بالاتر دوره بازگشت منتقل می‌شوند و فاصله بین سطوح مختلف احتمال تجاوز بارش افزایش می‌یابد. این روند بیانگر حساسیت بالای این زیرحوضه‌ها به بارش‌های طولانی‌مدت است. از طرفی دیگر، نمودارهای زیرحوضه‌های کشار و کیگا از نظر شکل و روند تغییرات، منظم‌تر و واضح‌تر هستند. اگرچه مقادیر دبی اوج در این دو زیرحوضه نسبتاً پایین‌تر است، اما پاسخ هیدرولوژیک آن‌ها به تغییرات مقدار و مدت بارش، پیوسته و با شیب ملایم‌تر صورت می‌گیرد. این موضوع باعث می‌شود تحلیل وابستگی بین بارش و دبی در این زیرحوضه‌ها با دقت بیشتری انجام‌پذیر باشد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش بازه زمانی بارش به ۴۸ و ۷۲ ساعت، روند خطوط احتمال ساختاری یکنواخت‌تر و تفسیرپذیرتر پیدا می‌کند.

نتایج این پژوهش با یافته‌های مطالعات مشابه نیز همخوانی دارد. به‌عنوان نمونه، (Salvadori and De Michele, 2004) و (Favre et al., 2004) نشان دادند که استفاده از توابع مفصل در تحلیل چندمتغیره سیلاب نسبت به روش‌های تک‌متغیره، برآورد دقیق‌تری از



دوره‌های بازگشت توأم و شرطی ارائه می‌دهد. همچنین (Zhang and Singh, 2006) تأکید کردند که وابستگی بین بارش و دبی اوج با افزایش بازه زمانی بارش تقویت می‌شود؛ نتیجه‌ای که با یافته‌های حاضر در زیرحوضه‌های سولقان و کیگا مشابهت دارد. در ایران نیز، (Salari et al., 2015) در رودخانه کارون و (Siamaki et al., 2022) در ایستگاه اصفهان، عملکرد بهتر مفصل‌های خانواده ارشمیدسی را در مدلسازی وابستگی‌های هیدرولوژیک گزارش کردند که با نتایج این تحقیق همسو است.

۴- خلاصه و جمع‌بندی

در این پژوهش، برای مدل‌سازی وابستگی احتمالاتی بین دبی اوج لحظه‌ای سالانه و بارش روز وقوع سیلاب در بازه‌های ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ساعته، از توابع مفصل بهره گرفته شد. نتایج حاصل از تحلیل دوره‌های بازگشت توأم و شرطی در چهار زیرحوضه اصلی (سولقان، رندان، کشار و کیگا) نشان داد که افزایش مدت بارش به‌طور قابل توجهی بر افزایش دبی اوج و دوره بازگشت مؤثر است. این اثر در زیرحوضه‌هایی مانند سولقان و کیگا در بازه‌های زمانی بلندمدت (۴۸ و ۷۲ ساعته) بیشتر نمایان بود، در حالی که در زیرحوضه‌های رندان و کشار اثر کمتری مشاهده شد؛ که می‌تواند ناشی از ویژگی‌های هیدرولوژیک و فیزیوگرافیک متفاوت این مناطق باشد. با در نظر گرفتن وابستگی آماری بین بارش و دبی اوج از طریق دوره بازگشت شرطی، چارچوبی دقیق‌تر و واقع‌بینانه‌تر برای ارزیابی خطر سیلاب فراهم شد. نتایج نشان داد که با افزایش احتمال تجاوز بارش از آستانه‌های بالاتر، مقدار دوره بازگشت دبی اوج به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. این روند در زیرحوضه‌های سولقان و کیگا، که دارای همبستگی بالاتری میان بارش و دبی هستند، با وضوح بیشتری مشاهده شد؛ به‌طوری‌که در بازه‌ی ۷۲ ساعته، افزایش بارش از آستانه‌ی ۳۰ میلی‌متر منجر به بیش از دو برابر شدن دوره بازگشت دبی اوج گردید. در مقابل، در زیرحوضه‌های رندان و کشار، به دلیل وابستگی ضعیف‌تر و تفاوت‌های هیدرولوژیک نظیر نفوذپذیری و ظرفیت ذخیره‌سازی، تغییرات مشابهی در مقادیر دوره بازگشت مشاهده نشد. بنابراین، شدت بارش و ساختار فیزیکی حوضه به‌طور توأم، الگوی تغییرات دوره بازگشت را کنترل می‌کنند و این یافته بر ضرورت لحاظ هم‌زمان ویژگی‌های اقلیمی و هیدرولوژیک در تحلیل خطر سیلاب تأکید دارد. از طرفی دیگر، در زیرحوضه‌هایی با دبی‌های اوج بالاتر، مانند سولقان، اختلاف بین سطوح مختلف احتمال تجاوز بارش برجسته‌تر بوده و گویای پاسخ حساس‌تر این زیرحوضه‌ها به بارش‌های شدید است. از یافته‌های مهم دیگر، تأثیر بارز مدت بارش بر دوره بازگشت شرطی است. این روند نشان می‌دهد که بارش‌های با مدت‌زمان طولانی‌تر، حتی در صورت داشتن احتمال تجاوز یکسان، توانایی بیشتری در تولید سیلاب‌های نادر و شدید دارند. بنابراین، در ارزیابی ریسک سیلاب، صرفاً شدت آنی بارش نباید معیار تصمیم‌گیری قرار گیرد، بلکه مدت‌زمان بارندگی نیز باید به‌عنوان عاملی تعیین‌کننده و مؤثر در تولید رواناب و دبی‌های اوج لحاظ شود. با این حال، در پیش‌بینی دقیق رخدادهای سیلابی بحرانی نظیر سیلاب‌های ۲۸ تیر ۱۳۹۴ و ۶ مرداد ۱۴۰۱، مدل‌های ارائه‌شده عملکرد محدودی داشتند؛ که علت آن را می‌توان در کمبود داده‌های دقیق محلی، شرایط زمین‌شناسی خاص و مداخلات انسانی جست‌وجو کرد. بر این اساس، نتایج این مطالعه بیشتر در چارچوب تحلیل آماری وابستگی و برآورد احتمال خطر سیلاب قابل استفاده است و نباید به‌طور مستقیم برای پیش‌بینی رویدادهای منفرد یا مدل‌سازی فیزیکی جریان به‌کار رود. با این وجود، چارچوب توسعه‌یافته می‌تواند در ارزیابی ریسک، اولویت‌بندی اقدامات کاهش خطر، و طراحی سامانه‌های هشدار اولیه در حوضه‌های مشابه به‌صورت مؤثر مورد استفاده قرار گیرد.



بر این اساس، اگرچه توابع مفصل ابزاری قدرتمند برای تحلیل وابستگی آماری سیلاب‌ها محسوب می‌شوند، اما در مواجهه با رخداد‌های نادر و پیچیده‌ای مانند سیلاب‌های با احتمال وقوع پایین، یا رویدادهایی که ناشی از ترکیب چند عامل هم‌زمان (مانند بارش‌های پی‌درپی، ذوب برف، یا مداخلات انسانی) هستند، نیاز به بهره‌گیری از داده‌های مکمل هیدرولوژیک، اقلیمی و فیزیکی احساس می‌شود. چنین داده‌هایی می‌توانند رفتار غیرخطی و چندمتغیره‌ی حوضه را در شرایط بحرانی بهتر توصیف کنند و موجب بهبود دقت تحلیل‌های وابستگی شوند. توصیه می‌شود در مطالعات آینده، از مدل‌های ترکیبی و چندمقیاسی که متغیرهای انسانی، اقلیمی و محیطی را نیز در نظر می‌گیرند، استفاده شود تا امکان تحلیل و پیش‌بینی واقع‌بینانه‌تری از خطر سیلاب‌های شدید فراهم گردد. به‌عنوان نمونه، متغیرهای انسانی شامل تغییر کاربری اراضی، توسعه شهری، احداث سازه‌های غیرمجاز در حریم رودخانه و مدیریت پوشش گیاهی هستند. در بعد اقلیمی نیز تغییر الگوهای بارش ناشی از تغییر اقلیم، افزایش دما و ذوب برف از مهم‌ترین عوامل اثرگذار محسوب می‌شوند. همچنین، متغیرهای محیطی مانند زمین‌شناسی و نفوذپذیری خاک، شیب و توپوگرافی و رطوبت اولیه خاک نقش کلیدی در تولید رواناب و شکل‌گیری سیلاب دارند. در نظر گرفتن این دسته عوامل در چارچوب‌های ترکیبی، می‌تواند تحلیل و پیش‌بینی ریسک سیلاب را واقع‌بینانه‌تر سازد.

با توجه به یافته‌های این پژوهش و تحلیل‌های صورت گرفته، پیشنهادهایی به‌منظور ارتقای دقت مدل‌سازی و پیش‌بینی سیلاب‌ها و بهبود مدیریت منابع آب در حوضه‌های مشابه ارائه می‌شود. استفاده از داده‌های دقیق‌تر و گسترده‌تر از ایستگاه‌های مختلف در سطح حوضه و نیز بررسی آثار تغییرات اقلیمی بر الگوهای بارش و دبی، گامی اساسی در افزایش دقت تحلیل‌ها به شمار می‌آید. همچنین، با توجه به ناتوانی مدل‌ها در تحلیل دقیق برخی رخداد‌های بحرانی نظیر سیلاب‌های تیر ۱۳۹۴ و مرداد ۱۴۰۱، انجام پژوهش‌های تخصصی در خصوص این رویداد‌های شدید ضرورت دارد. بررسی تاثیرات تغییرات کاربری اراضی، به‌ویژه گسترش ساخت‌وسازها و تغییر در شبکه‌های آبیاری نیز می‌تواند به درک بهتر نقش عوامل انسانی در تشدید سیلاب‌ها کمک کند. نتایج این پژوهش علاوه بر جنبه نظری، کاربردهای عملی مهمی نیز دارد. چارچوب ارائه‌شده می‌تواند به عنوان ابزاری در مدیریت ریسک سیلاب مورد استفاده قرار گیرد؛ به‌ویژه در طراحی و بازنگری سازه‌های هیدرولیک، تعیین اولویت اقدامات آبخیزداری در زیرحوضه‌های حساس‌تر، و توسعه سامانه‌های هشدار با در نظر گرفتن وابستگی هم‌زمان بارش و دبی. همچنین، تمایز رفتار زیرحوضه‌ها نشان می‌دهد که برنامه‌ریزی کاربری اراضی و مداخلات انسانی باید به صورت محلی و متناسب با شرایط هیدرولوژیک هر بخش از حوضه صورت گیرد. بنابراین، یافته‌های این تحقیق می‌تواند مفای تصمیم‌گیری دقیق‌تر برای کاهش خسارات سیلاب و افزایش تاب‌آوری جوامع شهری و روستایی در برابر رخداد‌های حدی باشد.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Copula Functions
- 2- Marginal Distribution Functions
- 3- Joint Return Periods
- 4- Conditional Return Periods
- 5- Kendall's Rank Correlation Test
- 6- Spearman's Rank Correlation Test
- 7- Generalized Logistic Distribution
- 8- Generalized Pareto Distribution
- 9- Generalized Extreme Value Distribution

- 10- Pearson Type III Distribution
- 11- Three-parameter Lognormal Distribution
- 12- Cramer-von Mises
- 13- Akaike Information Criterion
- 14- Bayesian Information Criterion
- 15- Cumulative Distribution Function

منابع

- Abdollahi Asadabadi S, Akhond Ali AM, Mirabbasi R (2018) Analysis of joint and conditional return periods for several dependent characteristics of runoff hydrograph using copula functions (Case study: Kasiliyan watershed). *Iranian Journal of Soil and Water Research* 49(2):425–437 (In Persian)
- Amini S, Zare Bidaki R, Mirabbasi R, Shafaei M (2022) Multivariate flood risk analysis using nested copula functions in Bazoft watershed. *Iranian Water Researches Journal* 16(2), (In Persian)
- Bahreman E, Alvandi E, Bahrami M, Dashti Marvili M, Heravi H, Khosravi GhR, Kornejady A, Samadi Arghini H, Tajiki M and Teimouri M (2016) Copula functions and their application in stochastic hydrology. *Journal of Conservation and Utilization of Natural Resources* 4(2):1–20 (In Persian)
- Buliah NA, Yie WLS (2020) Modelling of extreme rainfall using copula. In: 27th National Symposium on Mathematical Sciences (SKSM27-2020), 26–27 November, Bangi, Malaysia
- Chebana F, Ouarda TBMJ (2011) Multivariate quantiles in hydrological frequency analysis. *Environmetrics* 22(1):63–78
- Chen L, Guo S (2019) *Copulas and its application in hydrology and water resources*. Springer Singapore, 290 p
- Chen L, Singh VP, Shenglian G, Hao Z, Li T (2012) Flood coincidence risk analysis using multivariate copula functions. *Journal of Hydrologic Engineering* 17(6):742–755
- Collalti D, Spencer N, Strobl E (2024) Flash flood detection via copula-based intensity–duration–frequency curves: evidence from Jamaica. *Natural Hazards and Earth System Sciences* 24(3):873–890
- Favre AC, El Adlouni S, Perreault L, Thiémonge N, Bobée B (2004) Multivariate hydrological frequency analysis using copulas. *Water Resources Research* 40(1)
- Genest C, Favre AC (2007) Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of Hydrologic Engineering* 12(4):347–368
- Ghanvati E, AhmadAbabdi A, Gholami M (2020) Simulation of floodplain zones in Tehran's metropolitan watershed (case study: Kan basin). *Journal of Spatial Analysis Environmental Hazards* 6(4):95–108 (In Persian)
- Hajimohammadi M, Azizian A, Ghermezcheshmeh B (2018) Evaluation of the impact of climate change on runoff in Kan Watershed. *Watershed Engineering and Management* 10(2):144–156 (In Persian)
- Hooshyaripor F, Yazdi J, Eftekhari M, Sheshangosht S, Javadi F (2016) Flood management in Kan river basin using a simulation-optimization approach. *Experimental Research in Civil Engineering* 3(5):73–89 (In Persian)
- Hosseiniipoor M, Mollaei Rudsary A, Danesh-Yazdi M, Kazempour Z, Yeganeh Y (2024) Why structural solutions for flood control should be adapted to climate change? *Natural Hazards* 121(4):4657–4682
- Keihani A, Akhondali AM, Fathian H (2021) Multivariate frequency analysis of peak discharge and suspended and bed sediment load in Karaj basin. *Iran-Water Resources Research* 17(1):47–67 (In Persian)
- Lacko M, Potočki K, Škreb KA, Bezak N (2022) Joint modelling of flood hydrograph peak, volume and duration using copulas-Case study of Sava and Drava River in Croatia, Europe. *Water* 14(16):2481

- Lak R, Mohammadi A, Darvishikhatooni J, Aghaali E (2024) Flood on 28th July 2022 Imamzadeh Davood; lessons for understanding the flood risk in the north of Tehran. *Scientific Quarterly Journal of Geosciences* 34(3):87–102 (In Persian)
- Mohammadi AA, Ahmadi H (2011) Regional model for peak discharge estimation in ungagged drainage basin using giuh, synyder, scs and triangular models case study: Kan drainage basin. *Physical Geography* 14(3):37–48 (In Persian)
- Moradzadeh Rahmatabadi S, Irandoust M, Mirabbasi Najafabadi R (2022) Bivariate frequency analysis of rainfall characteristics using Archimedean Copula functions (Case Study: Khanmirza Watershed in Chaharmahal and Bakhtiari province). *Water and Soil Resources Conservation* 11(3):59–75 (In Persian)
- Nelsen RB (2006) *An introduction to copulas*. Springer New York, 269 p
- Rostami M, Shoaee Z, Sharifi F (2023) Hydrological and hydraulic evaluation of flooding incident on July 28th in Imamzadeh Davood (AS) Village. In: 21st National Hydraulic Conference of Iran. 18-19 Bahman, Shahid Chamran University, Iran (In Persian)
- Salari M, AkhondAli AM, Adib A, Dneshkhah AR (2015) Bivariate flood frequency analysis using the Copula functions. *Irrigation Sciences and Engineering* 37(4):29–38 (In Persian)
- Salvadori G, De Michele C (2004) Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events. *Water Resources Research* 40(12):1–17
- Salvadori G, De Michele C (2007) On the use of Copulas in Hydrology: theory and practice. *Journal of Hydrologic Engineering* 12(4):369–380
- Serinaldi F (2009) A multisite daily rainfall generator driven by bivariate copula-based mixed distributions. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres* 114(D10)
- Shiau JT (2006) Fitting drought duration and severity with two-dimensional copulas. *Water resources management* 20(5):795–815
- Siamaki M, Safavi HR, Klaho MH (2022) Analysis of bivariate annual rainfall and rainfall intensity with different duration using copula functions, Case Study: Isfahan synoptic station. In: The first national conference on water quality management and the third national conference on water consumption management. 9-11 Azar, Tehran University, Iran (In Persian)
- Sivapalan M (2018) From engineering hydrology to Earth system science: milestones in the transformation of hydrologic science. *Hydrology and Earth System Sciences* 22(3):1665–1693
- Sraj M, Bezak N, Brilly M (2015) Bivariate flood frequency analysis using the copula function: A case study of the Litija station on the Sava River. *Hydrological Processes* 29(2):225–238
- Tosunoglu F, Gürbüz F, İspirli MN (2020) Multivariate modeling of flood characteristics using Vine copulas. *Environmental Earth Sciences* 79(19):459
- Wang J, Wah Yu C, Cao SJ (2021) Urban development in the context of extreme flooding events. *Indoor and Built Environment* 31(1):3–6
- Zhang L, Singh VP (2006) Bivariate flood frequency analysis using the copula method. *Journal of Hydrologic Engineering* 11(2):150–164

Joint and Conditional Probability Analysis of Flood and Daily Extreme Rainfall Using Copula Functions: A Case Study of the Kan Basin, Tehran

Mohammad Reza Momei^{4*}, Reza Modarres⁵, Saeid Soltani Koupaei⁶

Abstract

In recent decades, the recurrent occurrence of destructive floods in the Kan basin, located in western Tehran, has highlighted the need for a more detailed analysis of the rainfall–runoff relationship. This study aims to investigate the statistical dependence between annual peak instantaneous discharge and the maximum daily rainfall on flood days over 24, 48, and 72-hour durations using copula functions. After assessing the correlation between variables with Kendall's tau and Spearman's rho tests, the best-fitting marginal and copula distributions among the Frank, Gumbel, Clayton, and Plackett models were selected based on the Cramér–von Mises test and AIC and BIC criteria. The results indicate that the Soleghan and Kiga sub-basins exhibit stronger rainfall–discharge dependence, and that increasing the rainfall duration from 24 to 72 hours enhances the likelihood of simultaneous occurrence of rainfall and flood events (joint return period). Moreover, conditional return period analysis reveals that exceeding critical rainfall thresholds significantly increases peak discharge and prolongs the conditional return period. These findings suggest that long-duration rainfall plays a decisive role in generating major floods, and that instantaneous rainfall intensity alone is not a sufficient indicator for flood hazard assessment. The proposed framework can serve as a practical tool for risk estimation, the design of flood control structures, prioritization of watershed management interventions, and the development of early warning systems in similar catchments.

Keywords: Copula functions, Kan basin, Joint return period, Conditional return period, Flood day rainfall.

^{4*} Graduated MSc of Watershed Science and Engineering, Department of Natural Resources, Isfahan University of Technology. Email: mohammadreza.momeni@gmail.com

⁵ Associate Professor, Department of Natural Resources, Isfahan University of Technology. Email: reza.modarres@iut.ac.ir

⁶ Professor, Department of Natural Resources, Isfahan University of Technology. Email: ssoltani@iut.ac.ir