



انگن علوم و مهندسی منابع آب ایران

مدل سازی ریاضی تبخیر- تعرق محصولات استراتژیک در عرض های جغرافیایی مختلف کشور

ایمان حاجی راد^۱، خالد احمدالی^{۲*} و عبدالمجید لیاقت^۳

۱. دانشجوی دکتری گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج، ایران.
۲. استادیار گروه احیاء مناطق خشک و کوهستانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه تهران، کرج، ایران (نویسنده مسئول: khahmadauli@ut.ac.ir)
۳. استاد گروه مهندسی آبیاری و آبادانی دانشکده کشاورزی دانشکدهگان کشاورزی و منابع طبیعی دانشگاه تهران، کرج، ایران.

چکیده

رشد روزافزون جمعیت و به تبع آن افزایش تقاضا برای غذا، کمبود منابع آب و افزایش رقابت بین بخش های مختلف مصرف کننده آب، تعیین دقیق نیاز آبی گیاهان زراعی را به امری ضروری تبدیل کرده است. تا به امروز مطالعات بسیار زیادی روی برآورد نیاز آبی با استفاده از عوامل مختلف صورت گرفته و معادله فائو- پمنن- مونتیث به عنوان روش استاندارد معرفی شده است که کار کردن با آن نیازمند استفاده از داده های زیاد و محاسبات طولانی است. این پژوهش با هدف مدل سازی نیاز آبی تجمعی محصولات استراتژیک (گندم، جو، ذرت دانه ای و ذرت علوفه ای) در عرض های مختلف جغرافیایی (نوار عمودی غربی کشور) فقط با متغیر ورودی زمان (طول دوره رشد) انجام شد. با توجه به سیگموتیدی بودن نمودار نیاز آبی تجمعی محصولات مختلف در مقابل زمان دوره رشد، سه مدل لجستیک سه پارامتری، گوسین و پلی نومیال مرتبه سه برای مدل سازی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که هر سه مدل مورد استفاده، با توجه به سه شاخص R^2 ، RMSE و NSE از دقت بالایی در برآورد نیاز آبی تجمعی در طول دوره رشد برای محصولات مورد بررسی برخوردار بودند اما مدل لجستیک برخلاف دو مدل گوسین و پلی نومیال، در محدوده طول دوره رشد، شکل اصلی خود را حفظ نموده و از جنبه فیزیکی و بیولوژیکی برای مدل سازی نیاز آبی تجمعی بسیار مناسبتر است. با استفاده از این مدل به راحتی نیاز آبی محصول مورد نظر را در هر لحظه و هر بازه زمانی دلخواه از دوره رشد در مقیاس ثانیه، دقیقه، روز، هفته، ماه با دقت بالا برآورد کند. بر اساس نتایج این تحقیق برای هر محصول در یک منطقه همگن از نظر طول دوره رشد، معادله ای با دقت بسیار بالا ارائه شد که از نتایج آن می توان نیاز آبی را به راحتی و با دقت بالا برآورد نمود.

واژگان کلیدی: مدل سازی ریاضی، نیاز آبی تجمعی، طول دوره رشد، تبخیر- تعرق.

۱- مقدمه

رشد روزافزون جمعیت باعث افزایش نیاز به تولیدات کشاورزی نیز شده است که این مسئله یکی از مهم ترین چالش های بشر در مناطق خشک و نیمه خشک نظیر کشور ایران می باشد. شرایط خاص اقلیمی کشور که خشکی و پراکنش نامناسب زمانی و مکانی بارندگی واقعیت گریزناپذیر آن است، هر گونه تولید مواد غذایی و کشاورزی پایدار را منوط به استفاده صحیح و منطقی از منابع آب محدود کشور نموده است (Naorem et al., 2023). کشاورزی آبی تنها ۲۰ درصد از زمین های زیر کشت جهان را پوشش می دهد، اما برخلاف این میزان کم، ۴۰ درصد تولید محصولات زراعی از این قسمت تولید می شود (Tolomio and Casa, 2020). لذا مدیریت منابع آب در کشاورزی آبی بسیار حائز اهمیت است که تعیین نیاز آبی گیاهان زراعی نقش مهمی در ارتباط دارد. تبخیر- تعرق یکی از اجزاء مهم در معادله بیلان آب است که در طراحی و مدیریت شبکه های



آبیاری و زهکشی نقش اساسی دارد، لذا برآورد صحیح نیاز آبی گیاه نه تنها به تولید محصول کمک می‌شود، بلکه در مدیریت منابع آب نیز مؤثر است (Ahmadaali et al., 2019). اندازه‌گیری دقیق تبخیر-تعرق، نیازمند ابزارهای گرانقیمت می‌باشد که امکان استفاده از آن‌ها در همه‌ی نقاط وجود ندارد. از این رو محققان همواره به دنبال روابط و روش‌های کاربردی، کم‌هزینه و با دقت مناسب برای برآورد صحیح مقادیر این پارامتر بوده‌اند. در مدل‌سازی نیاز آبی گیاهان، عوامل مؤثر بر نیاز آبی می‌تواند شامل عوامل خارجی مانند شرایط آب و هوایی و خاک و عوامل داخلی مانند سن گیاه، نوع گیاه، فعالیت فیزیولوژیکی و نیازهای خاص گیاه باشند (Kindler and Russell, 1984). تاکنون مدل‌های زیادی با تعداد متغیرهای ورودی متفاوت و دقت‌های مختلف توسعه داده شده است. روش فائو-پنمن-مونتیث یکی از معتبرترین روش‌ها برای تخمین تبخیر-تعرق گیاه مرجع است که کار با آن مستلزم داشتن داده‌های زیاد و محاسبات طولانی است. سند ملی آب کشور (NETWAT) و سامانه جدید "نیاز آب" نیز بر اساس همین معادله هست که به صورت جدولی، نیاز آبی گیاهان مختلف را برای دهه‌های مختلف رشد گیاه برآورد می‌کند. در شرایط فعلی که مطالعات بسیار زیادی روی برآورد نیاز آبی با استفاده از عوامل مختلف خارجی و داخلی صورت گرفته، داشتن رابطه‌ای که ماحصل بهترین مدل‌ها باشد و بتواند فقط با دادن متغیر مستقل طول دوره رشد (زمان)، نیاز آبی را برای هر بازه زمانی دلخواه - ثانیه، دقیقه، روز، هفته، ماه و ... - با دقت بالا برآورد کند، بسیار مفید خواهد بود. چنین مدلی می‌تواند به محققان و برنامه‌ریزان کمک کند تا برآورد نیاز آبی گیاهان و در نتیجه مدیریت منابع آب را تحت سناریوهای مختلف به صورت کمی‌تر و بهتر اعمال کنند. این مدل همچنین در بهبود بهره‌وری منابع آب، حفظ محیط‌زیست و توسعه پایدار در حوزه کشاورزی و سایر صنایع مرتبط بسیار مؤثر خواهد بود. با توجه به مرور منابع، ملاحظه می‌گردد که مطالعه‌ای در ارتباط با برآورد نیاز آبی با استفاده از متغیر مستقل زمان (طول دوره رشد) صورت نگرفته لذا در این مطالعه به مدل‌سازی نیاز آبی محصولات استراتژیک (گندم، جو، ذرت دانه‌ای و ذرت علوفه‌ای) در عرض‌های جغرافیایی مختلف با توجه به تأثیر زیاد این عامل بر عناصر اقلیمی مؤثر بر نیاز آبی (دما، بارش، سرعت باد و ...) (Lowry, 1972)، برای نوار عمودی غرب کشور پرداخته شد.

۲- معرفی منطقه مطالعاتی

محدوده مورد مطالعه در پژوهش حاضر شامل استان‌های خوزستان، ایلام، کرمانشاه، کردستان و آذربایجان غربی است (شکل ۱).

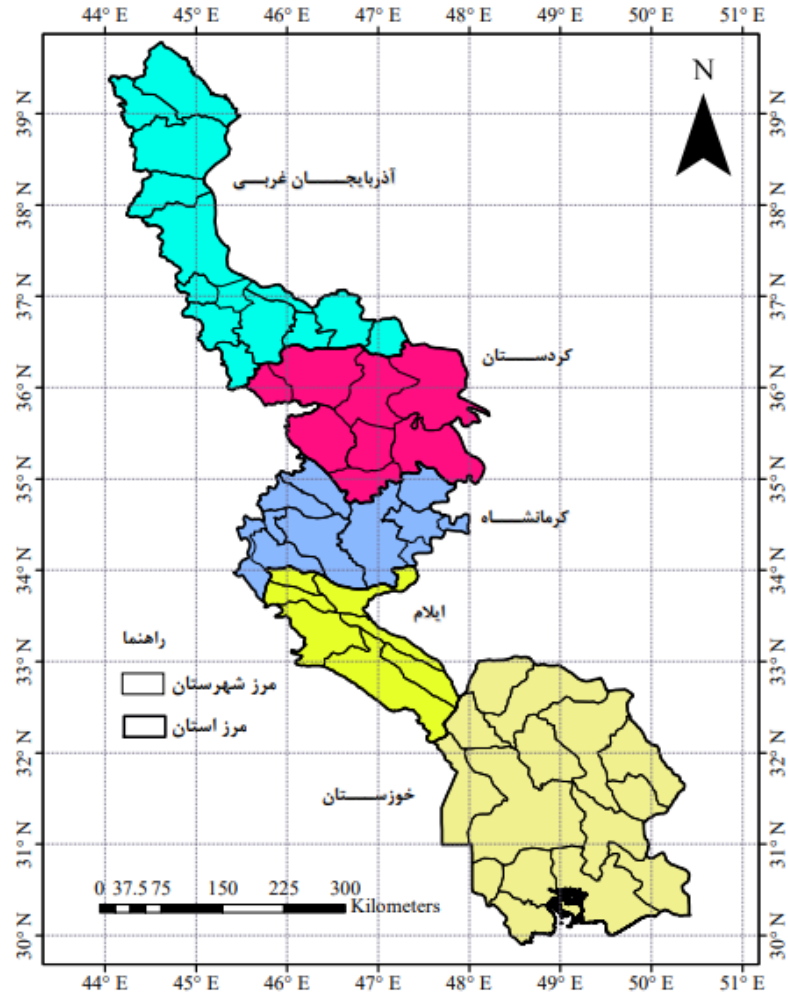


Fig.1- Geographical location of the study area

شکل ۱- موقعیت جغرافیایی مناطق مطالعاتی

استان خوزستان واقع در جنوبی غربی ایران در بین طول جغرافیایی $47^{\circ}32'$ تا $50^{\circ}39'$ شرقی و عرض جغرافیایی $29^{\circ}57'$ تا $33^{\circ}0'$ شمالی قرار دارد. مساحت این استان 63213 کیلومتر مربع است. استان ایلام با مساحت 20133 کیلومتر مربع در بین طول جغرافیایی 46° شرقی و عرض جغرافیایی 33° شمالی واقع شده است. استان کرمانشاه با مساحت 24640 کیلومتر مربع، هفدهمین استان ایران از نظر وسعت به شمار می‌رود. این استان در طول جغرافیایی 34° شرقی و عرض جغرافیایی 47° شمالی قرار دارد. استان کردستان با مساحت 29500 کیلومتر مربع در غرب ایران مجاور کشور عراق در بین طول جغرافیایی $45^{\circ}31'$ تا $48^{\circ}16'$ شرقی و عرض جغرافیایی $34^{\circ}44'$ تا $36^{\circ}30'$ شمالی قرار گرفته است. همچنین استان آذربایجان غربی با وسعت 37059 کیلومتر مربع در منتهی‌الیه شمال غربی کشور واقع شده که از لحاظ مختصات جغرافیایی، بین طول جغرافیایی $44^{\circ}3'$ تا $47^{\circ}24'$ شرقی و عرض جغرافیایی $36^{\circ}5'$ تا $39^{\circ}46'$ شمالی قرار دارد. لازم به ذکر است که طبق طبقه‌بندی اقلیمی دومارتن استان‌های خوزستان، ایلام، کرمانشاه، کردستان و آذربایجان غربی به ترتیب دارای اقلیم خشک و نیمه‌خشک و نیمه‌خشک و سرد هستند (Rahimi)



(et al., 2013). این مشخصات اقلیمی به طور کلی برای هر استان قابل استناد است ولی ممکن است در مناطق داخل استان تفاوت‌های جزئی نیز وجود داشته باشد.

۳- روش تحقیق

بانک داده مورد استفاده در این مطالعه، سامانه نیاز آبیاری گیاهان زراعی و باغی کشور (ابراهیمی‌پاک و همکاران، ۱۴۰۱) است که توسط مؤسسه تحقیقات خاک و آب در سال ۱۴۰۰ ایجاد شده است. این سامانه دارای بانک‌های اطلاعاتی منحصر به فرد و جامعی در مقیاس ملی است که شامل بانک داده هواشناسی در مقیاس روزانه، بانک داده فنولوژی گیاهی، بانک داده ارقام گیاهان زراعی و باغی، بانک داده ویژگی‌های فیزیکی و هیدرولیک خاک در مقیاس شهرستان و بانک اطلاعات راندمان کاربرد در مقیاس شهرستان می‌باشد.

میزان آب مورد نیاز محصولات در این سامانه با استفاده از روش فائو- پنمن- موتیث، محاسبه شده است (Allen et al., 1998):

$$ET_c = k_c \times ET_o \quad (1)$$

که ET_c میزان تبخیر - تعرق پتانسیل بر حسب میلی‌متر بر دوره زمانی، k_c ضریب گیاهی و ET_o میزان تبخیر - تعرق گیاه مرجع بر حسب میلی‌متر بر دوره زمانی است. PMF-56 به عنوان روشی که هم در مناطق خشک و هم در مناطق مرطوب دارای بیشترین دقت است مطابق رابطه (۲) محاسبه می‌شود (Allen et al., 1998):

$$ET_o = \frac{0.408\Delta(R_n - G) + \gamma \frac{900}{T + 273} u_2 (e_s - e_a)}{\Delta + \gamma(1 + 0.34u_2)} \quad (2)$$

در معادله بالا به ترتیب ET_o : تبخیر- تعرق گیاه مرجع (mm day^{-1})، R_n : تابش خالص در سطح پوشش گیاهی ($\text{Mj m}^{-2} \text{ day}^{-1}$)، G : شار گرمایی به داخل خاک ($\text{Mj m}^{-2} \text{ day}^{-1}$)، T : متوسط دمای هوا ($^{\circ}\text{C}$)، u_2 : سرعت باد در ارتفاع ۲ متری از سطح زمین (m s^{-1})، $e_s - e_a$: کاهش فشار بخار اشباع (Kpa)، Δ : شیب منحنی فشار بخار ($\text{Kpa } ^{\circ}\text{C}^{-1}$) و γ : ضریب رطوبتی ($\text{Kpa } ^{\circ}\text{C}^{-1}$) می‌باشد. اطلاعات مورد نیاز ایستگاه هواشناسی شامل دمای کمینه (T_{\min})، دمای بیشینه (T_{\max})، رطوبت نسبی (RH)، سرعت باد در ارتفاع ۲ متری (u_2) و ساعات آفتابی (N_s) است (Allen et al., 1998).

میزان آب مورد نیاز گیاه را می‌توان از رابطه (۳) محاسبه نمود:

$$IR = 10(ET_c - P_{eff}) \quad (3)$$

که در آن: P_{eff} بارندگی مؤثر بر حسب میلی‌متر (براساس رابطه حفاظت خاک آمریکا) و IR میزان آب مورد نیاز گیاه بر حسب مترمکعب بر هکتار است (ضریب ۱۰ در این فرمول برای تبدیل میلی‌متر به متر مکعب بر هکتار استفاده شده است).



بارش مؤثر از روش‌های مختلفی محاسبه می‌شود که در این مطالعه از روش USDA SCS استفاده شد. در این روش مقداری از باران که طی دوره رشد یک گیاه دریافت شده و برای مصارف آن در دسترس قرار گیرد، بارش مؤثر نامیده می‌شود (Ali and Mubarak, 2017). میزان بارش مؤثر ماهانه از رابطه‌ی (۴) محاسبه می‌شود.

$$P_{eff} = \begin{cases} \frac{p(125 - 0.2p)}{125} & p \leq 250 \text{ mm} \\ 125 + 0.1p & p > 250 \text{ mm} \end{cases} \quad (۴)$$

داده‌های مورد استفاده برای مدل‌سازی نیاز آبی محصولات ذکر شده در مناطق با طول دوره رشد یکسان، پس از میانگین‌گیری به صورت تجمعی در مقابل طول دوره رشد مرتب شده و در محیط MATLAB مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. با توجه به اینکه شکل نیاز آبی تجمعی محصولات مختلف در مقابل زمان دوره رشد، S شکل است و باید بین مقدار حداقل نیاز آبی (صفر) که در شروع رشد اتفاق می‌افتد و مقدار حداکثر آن که در انتهای دوره رشد گیاه است و به صورت مجانب افقی مقدار نیاز آبی تجمعی می‌باشد، تغییر می‌کند. جنبه دیگری که باید مورد توجه قرار گیرد این است که مدل باید یک نقطه عطف ارائه کند، که نشان‌دهنده روزی است که نرخ تبخیر-تعرق تجمعی (ET روزانه که برابر است با مقدار مشتق مدل تجمعی در روز مورد نظر) به حداکثر مقدار خود می‌رسد (Pinheiro and Bates, 2006). با توجه به شکل تغییرات نیاز آبی تجمعی در مقابل زمان و جنبه‌های فیزیکی و بیولوژیکی (Pereira and Bertonha, 2019)، مدل‌های لجستیک، پلی‌نومیال درجه سه و گوسین برای مدل‌سازی استفاده شد.

تابع لجستیک مورد استفاده در این تحقیق سه پارامتری است و معادله آن به صورت زیر می‌باشد (Pinheiro and Bates, 2006):

$$CET(t) = \frac{L}{1 + e^{-k(t-t_0)}} \quad (۵)$$

که در آن: $CET(t)$ نیاز آبی تجمعی که تابع زمان (طول دوره رشد) است، t_0 مقدار نقطه عطف منحنی است و روزی (زمان) را نشان می‌دهد که در آن ET روزانه به حداکثر مقدار می‌رسد. به طور دقیق‌تر، نیاز آبی تجمعی تا زمان t_0 مقدار میانگین هر دو مجانب است، یعنی $L \cdot ((0 + L)/2)$. مقدار ماکزیمم منحنی است که می‌تواند به عنوان مقدار حداکثر تبخیر-تعرق تجمعی که گیاه در انتهای طول دوره رشد به آن می‌رسد، تفسیر گردد و k نرخ رشد تابع لجستیک یا شیب منحنی است که نشان می‌دهد نیاز آبی تجمعی با چه سرعتی از نزدیکی $CET(t) = 0$ خارج می‌شود تا زمانی که به مقادیر نزدیک به L برسد. هر چه k بیشتر باشد، این امر کندتر اتفاق می‌افتد. این مدل دارای دو مجانب افقی است که مجانب افقی پایین ($t \rightarrow -\infty$) خط $CET(t) = 0$ است (مصادف با اوایل دوره رشد محصول) و مجانب افقی بالا ($t \rightarrow +\infty$) خط $CET(t) = L$ است (مصادف با انتهای دوره رشد محصول) (Pereira et al, 2018; Pereira et al, 2019).

مدل بعدی تابع زنگوله‌ای متقارن گوسین است که یک تابع سه پارامتری است و به کرات برای مدل‌سازی استفاده شده و معادله آن به صورت زیر است (Jonsson and Eklundh, 2002):

$$CET(t) = ae^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-b}{c}\right)^2} \quad (۶)$$



که در آن پارامتر a تعیین‌کننده ارتفاع قلّه منحنی که در اینجا مصادف با حداکثر نیاز آبی تجمعی است، b تعیین‌کننده محل مرکز پیک منحنی است که در اینجا مصادف با انتهای دوره رشد محصول است و c (انحراف معیار) تعیین‌کننده میزان کشیدگی یا پهن‌شدگی زنگوله است. مدل دیگری که استفاده شد مدل چهار پارامتری پلی‌نومیال مرتبه سه است که فرم کلی آن به صورت زیر تعریف می‌شود (Abramowitz et al., 1988):

$$CET(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (7)$$

که در آن a_0 ، a_1 ، a_2 و a_3 پارامترهای معادله می‌باشند که باید بهینه گردند.

۳-۱ معیارهای ارزیابی

به‌منظور ارزیابی دقیق و کارایی مدل‌ها مورد مطالعه، از معیارهای ضریب همبستگی (R^2)، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب کارایی نش - ساتکلیف (NSE) استفاده شد (Shiri et al., 2014):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}} \quad (7)$$

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})]^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 \times \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2} \quad (8)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2} \quad (9)$$

در این روابط، O_i مقادیر مشاهداتی، P_i مقادیر پیش‌بینی‌شده، \bar{O} میانگین مقادیر مشاهداتی، \bar{P} میانگین مقادیر پیش‌بینی‌شده و n تعداد داده‌ها می‌باشند. مقدار عددی ضریب کارایی نش - ساتکلیف بین منفی بینهایت تا یک متغیر است و هرچه به یک نزدیک‌تر باشد بیانگر آن است که مدل تخمین بهتری داشته است و هرچه به صفر نزدیک‌تر شود از دقت مدل کاسته می‌شود.

۴- نتایج و تحلیل نتایج

شکل (۲) منحنی تغییرات تبخیر - تعرق تجمعی محصولات زراعی برای استان‌های خوزستان، ایلام، کرمانشاه، کردستان و آذربایجان غربی را نشان می‌دهد. طول دوره رشد محصول گندم برای استان‌های مورد مطالعه به‌ترتیب برابر ۱۷۰، ۲۲۰، ۲۵۰، ۲۷۰ و ۲۶۰ روز می‌باشد که این نشان می‌دهد با افزایش عرض جغرافیایی طول دوره رشد محصول گندم افزایش پیدا می‌کند (Williams, 1971). همچنین بیشترین و کم‌ترین تبخیر - تعرق تجمعی به‌ترتیب برای استان‌های کردستان و آذربایجان غربی می‌باشد. طول دوره رشد برای محصول جو به‌ترتیب در استان‌های مورد مطالعه به‌ترتیب برابر ۱۶۰، ۲۲۰، ۲۴۰، ۲۶۰ و ۲۵۰ روز می‌باشد. ملاحظه می‌گردد که روند تغییرات طول دوره رشد جو با عرض جغرافیایی همانند گندم است و با افزایش عرض جغرافیایی، افزایش می‌یابد. با توجه به شکل (۲)، ملاحظه می‌گردد که استان خوزستان دارای بیشترین تبخیر - تعرق



تجمعی در طی دوره رشد است. طول دوره رشد برای محصول ذرت دانه‌ای در استان‌های مورد مطالعه به ترتیب برابر ۱۳۰، ۱۳۰، ۱۴۰، ۱۳۰ و ۱۳۰ روز است ملاحظه می‌گردد که طول دوره رشد این محصول در عرض‌های جغرافیایی مختلف تغییرات زیادی ندارد. بیشترین و کم‌ترین تبخیر - تعرق تجمعی محصول ذرت دانه‌ای به ترتیب متعلق به استان‌های خوزستان و کرمانشاه است. همچنین طول دوره رشد برای محصول ذرت علوفه‌ای در استان‌های مورد مطالعه به ترتیب برابر ۲۴۰، ۲۴۰، ۲۱۰، ۲۱۰ و ۲۱۰ می‌باشد که این محصول هم همانند ذرت دانه‌ای طول دوره رشد چندان متأثر از عرض جغرافیایی نیست. با توجه به شکل (۲) ملاحظه می‌شود که بیشترین و کم‌ترین تبخیر - تعرق تجمعی به ترتیب مربوط به استان‌های خوزستان و آذربایجان غربی است.

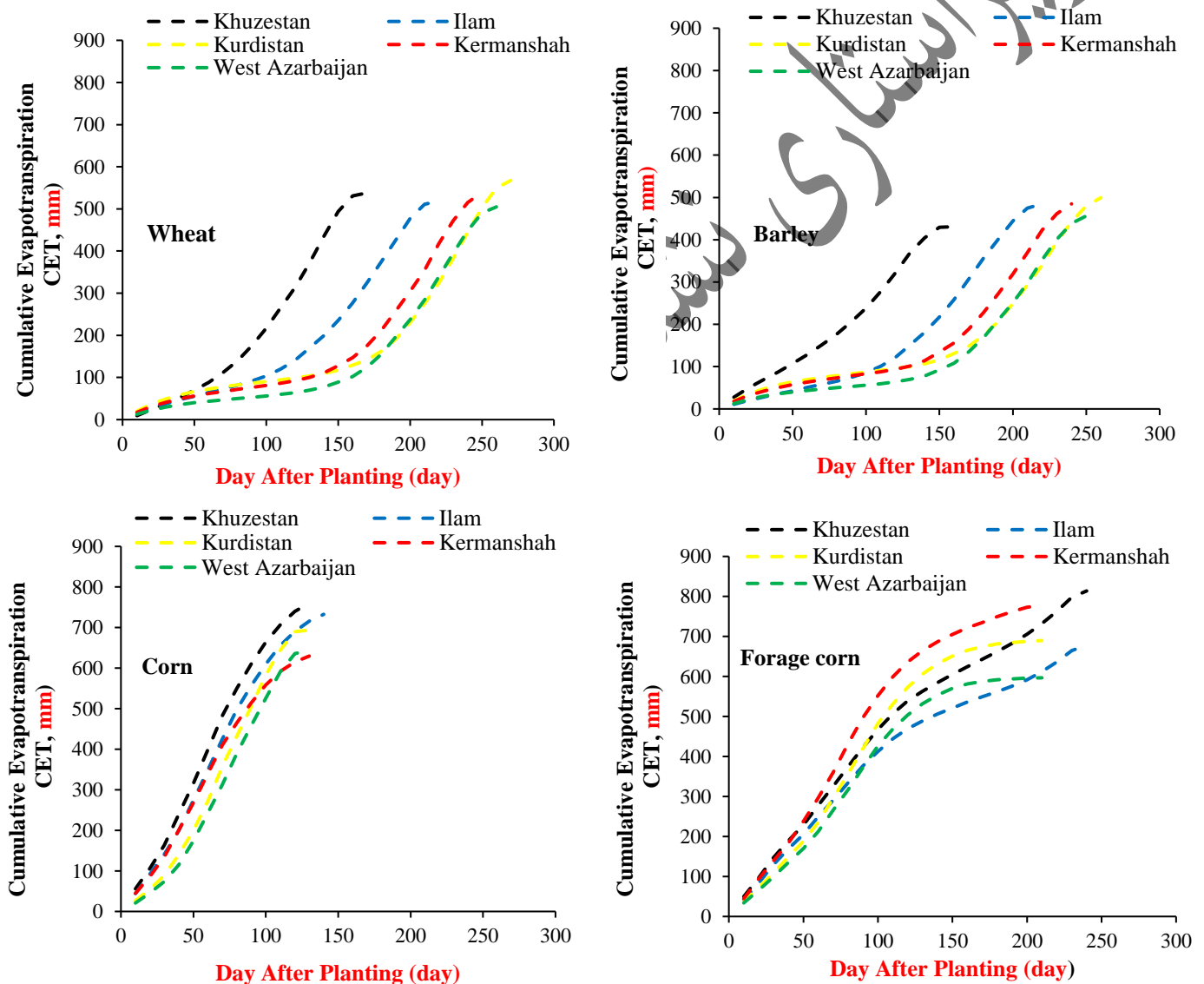


Fig.2- Temporal variation of cumulative evapotranspiration of selected crops in selected provinces

شکل ۲- تغییرات زمانی تبخیر - تعرق تجمعی محصولات انتخاب شده در استان‌های مورد مطالعه



برازش مدل‌های لجستیک سه پارامتری، گوسین و پلی‌نومیال مرتبه سه بر داده‌های نیاز آبی تجمعی محصولات گندم، جو، ذرت دانه‌ای و ذرت علوفه‌ای در مقابل طول دوره رشد، برای استان‌های واقع در نوار عمودی غربی کشور (خوزستان، ایلام، کرمانشاه، کردستان و آذربایجان غربی) در محیط MATLAB انجام شد و معادلات مربوطه استخراج شد. هر مدل توسط شاخص‌های ارزیابی R^2 ، RMSE و NSE مورد ارزیابی قرار گرفتند. جدول (۱) نتایج ارزیابی کارایی مدل‌های برآورد نیاز آبی تجمعی برای محصولات مختلف زراعی استان خوزستان را نشان می‌دهد.

Table 1- Results of cumulative water requirement modeling of the studied crops in Khuzestan province

جدول ۱- نتایج مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در استان خوزستان

Crop	Model	Equation	R ²	RMSE	NSE
Barley	Logistic	$CET = \frac{704.62711}{1 + e^{-0.02261 \times (t - 128.54585)}}$	0.9912	12.2752	0.9921
	Gaussian	$CET = 483.3776 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 192.1364}{80.1157} \right)^2}$	0.9961	8.1507	0.9961
	Polynomial	$CET = -0.00009t^3 + 0.03048t^2 - 0.01990t + 36.33859$	0.99427	10.4997	0.9938
Wheat	Logistic	$CET = \frac{690.41561}{1 + e^{-0.03106 \times (t - 124.12400)}}$	0.9979	8.3542	0.9979
	Gaussian	$CET = 594.1164 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 195.1498}{68.1017} \right)^2}$	0.9978	8.4442	0.9978
	Polynomial	$CET = -0.00010t^3 + 0.04443t^2 - 1.47664t + 34.99425$	0.9946	13.9552	0.9942
Forage corn	Logistic	$CET = \frac{780.89187}{1 + e^{-0.02310 \times (t - 88.49758)}}$	0.9846	28.1731	0.9838
	Gaussian	$CET = 763.7963 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 227.4170}{116.5909} \right)^2}$	0.9728	37.3869	0.9704
	Polynomial	$CET = 0.00003t^3 - 0.02050t^2 + 6.60167t - 32.86422$	0.9969	15.0831	0.9908
Corn	Logistic	$CET = \frac{784.73654}{1 + e^{-0.04443 \times (t - 59.88268)}}$	0.99854	9.1811	0.9986
	Gaussian	$CET = 745.0760 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 123.2107}{54.6278} \right)^2}$	0.9954	16.3483	0.9952
	Polynomial	$CET = -0.00046t^3 + 0.07624t^2 + 3.53045t + 8.78573$	0.99958	5.5617	0.9993

با توجه به جدول (۱) و استناد به شاخص‌های آماری مورد استفاده ملاحظه می‌گردد که عملکرد همه مدل‌ها در برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در سطح مطلوبی قرار داشته و نتایج آن‌ها از اعتبار بالایی برخوردار می‌باشند، به‌گونه‌ای که مقادیر R^2 ، RMSE و NSE در همه مدل‌ها، برای محصول جو به ترتیب بین ۰/۹۹۱۲ تا ۰/۹۹۶۱، ۸/۱۵ تا ۱۲/۲۷ و ۰/۹۹۲۱ تا ۰/۹۹۶۱ و برای گندم به ترتیب ۰/۹۹۴۶ تا ۰/۹۹۷۹، ۸/۳۵ تا ۱۳/۹۵ و ۰/۹۹۴۲ تا ۰/۹۹۷۹ و برای ذرت علوفه‌ای به ترتیب ۰/۹۷۲۸ تا ۰/۹۹۶۹، ۱۵/۰۸ تا ۳۷/۳۸ و ۰/۹۷۰۴ تا ۰/۹۹۰۸ و برای ذرت دانه‌ای به ترتیب برابر ۰/۹۹۵۴ تا ۰/۹۹۹۶، ۵/۵۶ تا ۱۶/۳۴ و ۰/۹۹۵۲ تا ۰/۹۹۹۳ متغیر است. همانطور که قبلاً نیز ذکر شد شکل کلی تغییرات نیاز آبی تجمعی محصولات مختلف در مقابل زمان دوره رشد، سیگموئیدی است و بین صفر تا یک مقدار حداکثر تغییر می‌کند و محل نقطه عطف



این منحنی برای محصولات مختلف و حتی برای یک محصول ولی در عرض‌های جغرافیایی مختلف، متفاوت است. با توجه به شکل کلی مدل‌های مورد بررسی علیرغم دقت و صحت تقریباً نزدیک به هم دو مدل گوسین و پلی‌نومیال فقط در محدوده مشخصی از دامنه تعریف خود برای مسئله برآورد نیاز آبی تجمعی مناسب هستند که شکل تابع در این محدوده شباهتی به شکل کلی تابع اصلی نیست و قسمت عمده‌ی دامنه آن‌ها عملاً کاربردی در برآورد نیاز آبی تجمعی ندارد. اما مدل لجستیک در محدوده طول دوره رشد شکل اصلی خود که S شکل است را حفظ نموده و از جنبه فیزیکی و بیولوژیکی برای مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی بسیار مناسبتر است. در جدول (۲) نتایج ارزیابی کارایی مدل‌های برآورد نیاز آبی تجمعی برای محصولات مختلف زراعی استان ایلام نشان داده شده است.

Table 2- Results of cumulative water requirement modeling of the studied crops in Ilam province

جدول ۲- نتایج مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در استان ایلام

Crop	Model	Equation	R ²	RMSE	NSE
Barley	Logistic	$CET = \frac{718.72702}{1 + e^{-0.02353 \times (t - 183.08375)}}$	0.99595	10.0238	0.9960
	Gaussian	$CET = 647.5760 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 285.0171}{93.3811} \right)^2}$	0.9942	12.0211	0.9943
	Polynomial	$CET = -0.000002t^3 + 0.01400t^2 - 0.78308t + 34.33794$	0.99146	14.5771	0.9913
Wheat	Logistic	$CET = \frac{895.06360}{1 + e^{-0.02027 \times (t - 198.00842)}}$	0.99499	11.6323	0.9951
	Gaussian	$CET = 908.2247 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 334.6914}{114.3481} \right)^2}$	0.9933	13.4401	0.9935
	Polynomial	$CET = 0.00001t^3 + 0.00948t^2 - 0.28657t + 33.03743$	0.99207	17.2295	0.9879
Forage corn	Logistic	$CET = \frac{638.04205}{1 + e^{-0.02516 \times (t - 80.7221)}}$	0.98410	23.6309	0.9832
	Gaussian	$CET = 635.5322 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 219.3961}{114.7410} \right)^2}$	0.9663	34.3762	0.9629
	Polynomial	$CET = 0.00003t^3 - 0.02206t^2 + 6.21659t - 35.68727$	0.99642	30.0625	0.9688
Corn	Logistic	$CET = \frac{753.82180}{1 + e^{-0.04283 \times (t - 64.36497)}}$	0.99873	8.3901	0.9988
	Gaussian	$CET = 719.5704 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 131.0448}{57.2056} \right)^2}$	0.9954	15.9263	0.9953
	Polynomial	$CET = -0.00040 + 0.07253t^2 + 2.75761t + 7.4723$	0.99953	6.1930	0.9993

با توجه به جدول (۲) و شاخص‌های آماری مورد استفاده، مشاهده می‌شود که عملکرد همه مدل‌ها در برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در سطح قابل قبولی قرار داشته، به طوری که مقادیر R^2 ، RMSE و NSE در همه مدل‌ها، برای محصول جو به ترتیب بین ۰/۹۹۱۴ تا ۰/۹۹۵۹، ۱۰/۰۲ تا ۱۴/۵۷ و ۰/۹۹۱۳ تا ۰/۹۹۶۰ و برای گندم به ترتیب بین ۰/۹۹۲۰ تا ۰/۹۹۴۹، ۱۱/۶۳ تا ۱۱/۲۲ و ۰/۹۹۳۵ تا ۰/۹۹۵۱ و برای ذرت علوفه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۶۶۳ تا ۰/۹۹۶۴، ۲۳/۶۳ تا ۳۴/۳۷ و ۰/۹۶۲۹ تا ۰/۹۸۳۲ و برای ذرت دانه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۹۵۴ تا ۰/۹۹۹۵، ۶/۱۹ تا ۱۵/۹۲ و ۰/۹۹۵۳ تا ۰/۹۹۹۳ نوسان داشت. با توجه به سیگموئیدی بودن شکل منحنی نیاز آبی تجمعی محصولات مختلف در مقابل زمان دوره رشد، مدل لجستیک در مقایسه با دو مدل دیگر برای برآورد نیاز آبی تجمعی در استان ایلام انتخاب شد.



نتایج جدول (۳) که برای معادلات نیاز آبی تجمعی محصولات جو، گندم، ذرت علوفه‌ای و ذرت دانه‌ای در استان کرمانشاه می‌باشد، نشان می‌دهد سه مدل ارائه شده برای تخمین نیاز آبی تجمعی محصولات زراعی با استناد به شاخص‌های آماری در محدوده قابل قبولی قرار داشته به گونه‌ای که مقادیر R^2 ، RMSE و NSE در همه مدل‌ها، برای محصول جو به ترتیب بین ۰/۹۸۶۵ تا ۰/۹۹۱۹، ۱۵/۹۸ تا ۱۹/۸۸ و ۰/۹۷۶۳ تا ۰/۹۸۷۴ و برای گندم به ترتیب بین ۰/۹۸۷۰ تا ۰/۹۹۲۳، ۱۷/۵۶ تا ۲۷/۶۳ و ۰/۹۶۱۱ تا ۰/۹۹۶۳ و برای ذرت علوفه‌ای ۰/۹۸۲۰ تا ۰/۹۹۸۲، ۱۰/۲۱ تا ۲۱/۷۸ و ۰/۹۸۰۵ و ۰/۹۹۸۲ و برای ذرت دانه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۹۴۶ تا ۰/۹۹۹۳، ۶/۲۲ تا ۱۴/۸۲ و ۰/۹۹۴۳ تا ۰/۹۹۹۱ متغیر است. در نتیجه برای برآورد نیاز آبی تجمعی استان کرمانشاه به دلیل مشابهت خیلی زیاد مدل لجستیک به روند تغییرات منحنی نیاز آبی تجمعی، این مدل پیشنهاد می‌شود.

Table 3- Results of cumulative water requirement modeling of the studied crops in Kermanshah province

جدول ۳- نتایج مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در استان کرمانشاه

Crop	Model	Equation	R ²	RMSE	NSE
Barley	Logistic	$CET = \frac{6878.89358}{1 + e^{-0.01387 \times (t - 421.37991)}}$	0.98720	15.9816	0.9874
	Gaussian	$CET = 1622315.43 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 1506.7387}{315.5044} \right)^2}$	0.9865	16.4168	0.9867
	Polynomial	$CET = 0.00006t^3 - 0.01078t^2 + 1.07355t + 17.27396$	0.99196	19.8847	0.9763
Wheat	Logistic	$CET = \frac{3990.27409}{1 + e^{-0.01455 \times (t - 372.78648)}}$	0.98770	17.5648	0.9879
	Gaussian	$CET = 1317235.15 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 1457.5079}{306.9312} \right)^2}$	0.9870	18.0831	0.9963
	Polynomial	$CET = 0.00006t^3 - 0.01126t^2 + 1.08684t + 16.77540$	0.99231	27.6369	0.9611
Forage corn	Logistic	$CET = \frac{767.56460}{1 + e^{-0.03493 \times (t - 73.71378)}}$	0.99826	10.2102	0.9982
	Gaussian	$CET = 777.3247 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 177.7730}{84.7386} \right)^2}$	0.9820	32.0813	0.9805
	Polynomial	$CET = -0.00007t^3 + 0.00599t^2 + 5.74736t - 32.07360$	0.99549	21.7816	0.9925
Corn	Logistic	$CET = \frac{645.47677}{1 + e^{-0.04641 \times (t - 58.39960)}}$	0.99856	7.6225	0.9983
	Gaussian	$CET = 619.4116 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 121.0832}{53.4958} \right)^2}$	0.9946	14.8267	0.9943
	Polynomial	$CET = -0.00040t^3 + 0.06565t^2 + 3.06834t + 2.68333$	0.99936	6.2226	0.9991

جدول (۴) معادلات برآورد نیاز آبی تجمعی استخراج شده از همه مدل‌ها را برای محصولات زراعی استان کردستان نشان می‌دهد. با توجه به جدول (۴) و شاخص‌های آماری R^2 ، RMSE و NSE، نتایج حاکی از آن است که عملکرد همه‌ی مدل‌ها در برآورد نیاز آبی تجمعی در سطح مطلوبی قرار داشته، به طوری که مقادیر این شاخص‌ها برای محصول جو به ترتیب بین ۰/۹۸۱۰ تا ۰/۹۹۰۹، ۱۴/۱۹ تا ۲۳/۷۹ و ۰/۹۷۸۶ تا ۰/۹۸۹۶ و برای گندم به ترتیب ۰/۹۷۸۷ تا ۰/۹۹۱۴، ۱۵/۱۸ تا ۲۳/۵۶ و ۰/۹۷۹۶ تا ۰/۹۹۰۸ و برای ذرت علوفه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۸۸۹ تا ۰/۹۹۹۵، ۴/۷۰ تا ۱۰/۹۹۹۵ و ۰/۹۸۸۹ تا ۰/۹۹۹۵.



تا ۲۱/۲۹ و ۰/۹۸۸۲ تا ۰/۹۹۹۶ و برای ذرت دانه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۹۸۹ تا ۰/۹۹۹۴، ۴/۷۸ تا ۷/۸۹ و ۰/۹۹۸۹ تا ۰/۹۹۹۱ نوسان داشت. با توجه به نزدیک بودن ماهیت مدل لجستیک به فیزیک مسئله، این مدل برای برآورد نیاز آبی تجمعی استان کرمانشاه توصیه می‌شود.

Table 4- Results of cumulative water requirement modeling of the studied crops in Kurdistan province

جدول ۴- نتایج مدل‌سازی نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در استان کردستان

Crop	Model	Equation	R ²	RMSE	NSE
Barley	Logistic	$CET = \frac{1026143.48596}{1 + e^{-0.01217 \times (t - 882.06800)}}$	0.98244	18.8991	0.9828
	Gaussian	$CET = 4579017.42 \times e^{-\frac{(t - 1815.7590)^2}{365.1945}}$	0.9810	23.7981	0.9786
	Polynomial	$CET = 0.00006t^3 - 0.01329t^2 + 1.38094t + 15.94516$	0.99091	14.1933	0.9896
Wheat	Logistic	$CET = \frac{1630005.82493}{1 + e^{-0.01243 \times (t - 905.98903)}}$	0.98053	22.5510	0.9811
	Gaussian	$CET = 7328805.06 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 1848.573}{363.7585} \right)^2}$	0.9787	23.5664	0.9796
	Polynomial	$CET = 0.00007t^3 - 0.01714t^2 + 1.74350t + 11.05845$	0.99146	15.1899	0.9908
Forage corn	Logistic	$CET = \frac{697.19708}{1 + e^{-0.03645 \times (t - 78.08536)}}$	0.99958	4.7002	0.9996
	Gaussian	$CET = 706.8609 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 175.5491}{79.2896} \right)^2}$	0.9889	21.2969	0.9882
	Polynomial	$CET = -0.00014t^3 + 0.02842t^2 + 3.23865t - 9.78464$	0.99579	21.0978	0.9908
Corn	Logistic	$CET = \frac{754.39577}{1 + e^{-0.04598 \times (t - 72.98482)}}$	0.99890	7.8942	0.9989
	Gaussian	$CET = 693.3095 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 128.1114}{49.2394} \right)^2}$	0.9992	4.7875	0.9991
	Polynomial	$CET = -0.00067t^3 + 0.14492t^2 - 2.37539t + 43.40343$	0.99944	6.8850	0.9992

نتایج جدول (۵) نیز معادلات برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات زراعی استان آذربایجان غربی و شاخص‌های آماری برای ارزیابی عملکرد این مدل‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به ارزیابی شاخص‌های آماری R²، RMSE و NSE، نتایج نشان داد که کارایی همه مدل‌ها در برآورد نیاز آبی تجمعی در محدوده مطلوبی واقع شده است. مقادیر این شاخص‌ها برای محصول جو به ترتیب بین ۰/۹۸۴۳ تا ۰/۹۹۰۳، ۱۳/۶۴ تا ۱۷/۲۱ و ۰/۹۸۴۵ تا ۰/۹۹۰۱ و برای محصول گندم به ترتیب ۰/۹۸۴۵ تا ۰/۹۹۰۲، ۱۵/۲۱ تا ۱۹/۱۲ و ۰/۹۸۴۸ تا ۰/۹۹۰۲ و برای محصول ذرت علوفه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۸۸۷ تا ۰/۹۹۹۴، ۴/۶۷ تا ۲۱/۹۱ و ۰/۹۸۷۹ تا ۰/۹۹۹۸ و برای محصول ذرت دانه‌ای به ترتیب بین ۰/۹۹۸۸ تا ۰/۹۹۹۴، ۵/۷۸ تا ۷/۳۷ و ۰/۹۹۸۹ تا ۰/۹۹۹۳ متغیر است. با توجه به ارزیابی صورت گرفته توسط شاخص‌های آماری و شباهت نزدیک منحنی سیگموئیدی مدل لجستیک



به روند تغییرات منحنی نیاز آبی تجمعی در طول دوره رشد، این مدل برای برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات زراعی در استان آذربایجان غربی انتخاب شد.

Table 5- Results of cumulative water requirement modeling of the studied crops in west Azerbaijan province

جدول ۵- نتایج مدل سازی نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در استان آذربایجان غربی

Crop	Model	Equation	R ²	RMSE	NSE
Barley	Logistic	$CET = \frac{1368.79923}{1 + e^{-0.01821 \times (t - 282.96823)}}$	0.98619	16.1700	0.9867
	Gaussian	$CET = 136039.16 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 1065.7956}{243.3511} \right)^2}$	0.9843	17.2187	0.9845
	Polynomial	$CET = 0.000055t^3 - 0.0089t^2 + 0.6952t + 15.5410$	0.99034	13.6497	0.9901
Wheat	Logistic	$CET = \frac{1284.95962}{1 + e^{-0.01889 \times (t - 277.45785)}}$	0.98685	17.5977	0.9874
	Gaussian	$CET = 14133.5505 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 756.5153}{194.7142} \right)^2}$	0.9845	19.1257	0.9848
	Polynomial	$CET = 0.000055t^3 - 0.0090t^2 + 0.6941t + 16.1822$	0.9902	15.2131	0.9902
Forage corn	Logistic	$CET = \frac{604.93484}{1 + e^{-0.03674 \times (t - 76.4041)}}$	0.99944	4.6702	0.9998
	Gaussian	$CET = 615.2019 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 174.1695}{79.3824} \right)^2}$	0.9887	21.0784	0.9879
	Polynomial	$CET = -0.00011t^3 + 0.02274t^2 + 3.06050t - 9.67064$	0.99584	21.9186	0.9889
Corn	Logistic	$CET = \frac{701.72538}{1 + e^{-0.04619 \times (t - 75.0124)}}$	0.99889	7.3782	0.9989
	Gaussian	$CET = 642.4782 \times e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t - 129.4610}{48.8166} \right)^2}$	0.9991	6.6937	0.9991
	Polynomial	$CET = -0.00061t^3 + 0.13519t^2 - 2.51028t + 39.70253$	0.99945	5.7887	0.9993

۵- خلاصه و جمع بندی

مدل سازی نیاز آبی محصولات زراعی می تواند به عنوان یک ابزار کاربردی در طراحی شبکه های آبیاری و زهکشی، مدیریت سامانه های آبیاری و بهینه سازی مصرف آب در بخش کشاورزی مورد استفاده قرار گیرد. هدف از پژوهش حاضر مدل سازی ریاضی نیاز آبی محصولات استراتژیک (جو، گندم، ذرت علوفه ای و ذرت دانه ای) در عرض های مختلف جغرافیایی کشور می باشد. نتایج این بررسی نشان داد که براساس شاخص های آماری R^2 ، RMSE و NSE، عملکرد همه مدل ها در برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات مورد بررسی در سطح مطلوبی قرار داشته و نتایج آن ها از اعتبار بالایی برخوردار می باشند. همچنین با توجه به خصوصیات فیزیکی و بیولوژیکی محصولات زراعی در طول دوره رشد برای پنج استان مورد مطالعه، رفتار مدل لجستیک در مقایسه با دو مدل دیگر به دلیل داشتن شکل سیگموئیدی، بیشتر به روند تغییرات منحنی نیاز آبی تجمعی نزدیک می باشد. لذا این مدل برای برآورد نیاز آبی تجمعی محصولات زراعی در استان های مورد مطالعه انتخاب شد. با استفاده از این مدل می توان نیاز آبی گیاهان را در هر لحظه و در مکان های مختلف در طی دوره رشد پیش بینی و برآورد نمود. از طرفی، هر فرد با داشتن کمترین دانش در این زمینه، می تواند



به راحتی و بدون صرف هزینه و زمان اضافی و بدون نیاز به استفاده از روابط پیچیده موجود، نیاز آبی گیاه مورد نظر خود را تخمین بزنند. در پایان توصیه می‌شود که با استفاده از مدل‌سازی نیاز آبی، می‌توان میزان آب مورد نیاز برای آبیاری مناسب را در هر منطقه و در شرایط آب و هوایی مختلف به دست آورد که در انتها منجر به افزایش بهره‌وری آب کشاورزی می‌گردد.

۶- مراجع

1. Abramowitz M, Stegun I A, Romer R H (1988) Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables.
2. Ahmadaali K, Ramezani H, Pourmohseni A A (2019) Estimation of crop evapotranspiration and water requirement over different agro-climatic conditions (Case study: Qom province) *Iranian Journal of Irrigation & Drainage* 12(6): 1448-1462 (In Persian).
3. Ali M, Mubarak S (2017) Effective rainfall calculation methods for field crops: an overview, analysis and new formulation. *Asian Research Journal of Agriculture* 7(1): 1-12.
4. Allen R G, Pereira L S, Raes D, Smith M (1998) Crop evapotranspiration-Guidelines for computing crop water requirements-FAO Irrigation and drainage paper 56. *Fao Rome* 300(9): D05109.
5. Ebrahimipak N, Tafteh A, Hosseini N and Keikhaei F (2022). Water demand system. *Soil and Water Research Institute*. (<http://niwr.ir>). (In Persian)
6. Jonsson P, Eklundh L (2002) Seasonality extraction by function fitting to time-series of satellite sensor data. *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing* 40(8): 1824-1832.
7. Kindler J and Russell C (1984) Modeling water demands. Academic Press.
8. Lowry W P (1972) Compendium of lecture notes in climatology for class IV meteorological personnel (No Title).
9. Naorem A, Jayaraman S, Dang Y P, Dalal R C, Sinha N K, Rao C S, Patra A K (2023) Soil constraints in an arid environment—challenges, prospects, and implications. *Agronomy* 13(1): 220.
10. Pereira O C N, Bertonha A (2019) Modeling Accumulated Evapotranspiration Over Time. In *Water Chemistry* (p. 69). IntechOpen.
11. Pereira O C N, da Costa Periera P V, Bertonha A, Previdelli I T S (2018) Longitudinal data analysis of stevia rebaudiana evapotranspiration according to water levels. *Brazilian Journal of Biometrics*, 36(4): 791-801.
12. Pereira O C N, Suguiura T P D S, Pereira A P, Bertonha A, Previdelli I (2019) Analysis of lettuce evapotranspiration across soil water. *Natural Resource Modeling*, 32(2): e12197.
13. Pinheiro J, Bates D (2006) *Mixed-effects models in S and S-PLUS*. Springer science & business media.
14. Rahimi, J., Ebrahimpour, M., & Khalili, A. (2013). Spatial changes of extended De Martonne climatic zones affected by climate change in Iran. *Theoretical and applied climatology*, 112, 409-418.
15. Shiri J, Nazemi A H, Sadraddini A A, Landaras G, Kisi O, Fard A F, Marti P (2014) Comparison of heuristic and empirical approaches for estimating reference evapotranspiration from limited inputs in Iran. *Computers and Electronics in Agriculture* 108: 230-241.
16. Tolomio M, Casa R (2020) Dynamic crop models and remote sensing irrigation decision support systems: A review of water stress concepts for improved estimation of water requirements. *Remote Sensing*, 12(23): 3945.
17. Williams G D V (1971) Wheat phenology in relation to latitude, longitude and elevation on the Canadian Great Plains. *Canadian Journal of Plant Science* 51(1): 1-12.



Mathematical Modeling of the Evapotranspiration of Common Crops in Different Latitudes of Iran

Iman Hajirad¹, Khaled Ahmadaali^{*2}, and Abdolmajid Liaghat³

1. Ph.D. Student, Department of Irrigation and Reclamation Engineering, College of Agriculture and Natural, University of Tehran, Karaj, Iran.
2. Assistant Professor, Department of Arid and Mountainous Regions Reclamation, Faculty of natural resources University of Tehran, Karaj, Iran. (*Corresponding author: khahmadauli@ut.ac.ir)
3. Department of Irrigation and Reclamation Engineering, Faculty of Agriculture, University of Tehran, Karaj, Iran.

Abstract

The population is growing at an unprecedented rate, leading to a surge in food demand. Unfortunately, this surge is coinciding with a scarcity of water resources and intensifying competition among various sectors for water consumption. As a result, there is an urgent need to precisely assess the water requirements of crops. Numerous studies have been conducted so far to determine water demand by considering various factors. Among these approaches, the FAO-Penman-Monteith equation has emerged as a widely recognized method. However, it should be noted that this equation entails extensive data requirements and involves lengthy calculations. The objective of this study was to develop a model for estimating the cumulative water requirement of common crops (wheat, barley, corn, and forage corn) on various latitudes within a specific region (the western vertical strip of the country). Remarkably, the model only considers time as the input variable (growth period duration). Because the relationship between the cumulative water requirement of various crops and the length of the growth period follows a sigmoidal pattern, three mathematical models were employed to capture this trend. These models include three-parameter logistic models, Gaussian functions, and third-order polynomials, all used for the purpose of modeling. The findings indicated that all three models employed in the study exhibited high accuracy in estimating the cumulative water requirement for the crops during the growth period. The logistic model, in particular, demonstrated superior performance when evaluated using R^2 , RMSE, and NSE indices. Unlike the Gaussian and polynomial models, the logistic model preserved its original shape within the range of the growth period length, making it more appropriate for modeling the cumulative water demand from a physical and biological standpoint.

With the utilization of this model, the water requirement for the intended product can be effortlessly estimated at any given point and within any desired time interval throughout the growth period, spanning from seconds and minutes to days, weeks, months, and beyond. As per the findings of this study, an equation with exceptional precision was introduced for each product in a homogeneous region, where the length of the growth period is consistent. This equation allows for the straightforward and precise estimation of crop water requirements.

Keywords: Mathematical Modeling, Cumulative Water Requirement, Length of Growth Period, Evapotranspiration.